

第二章 空气动力学基本理论

第一节 空气的基本物理属性

第二节 气流运动的有关基础

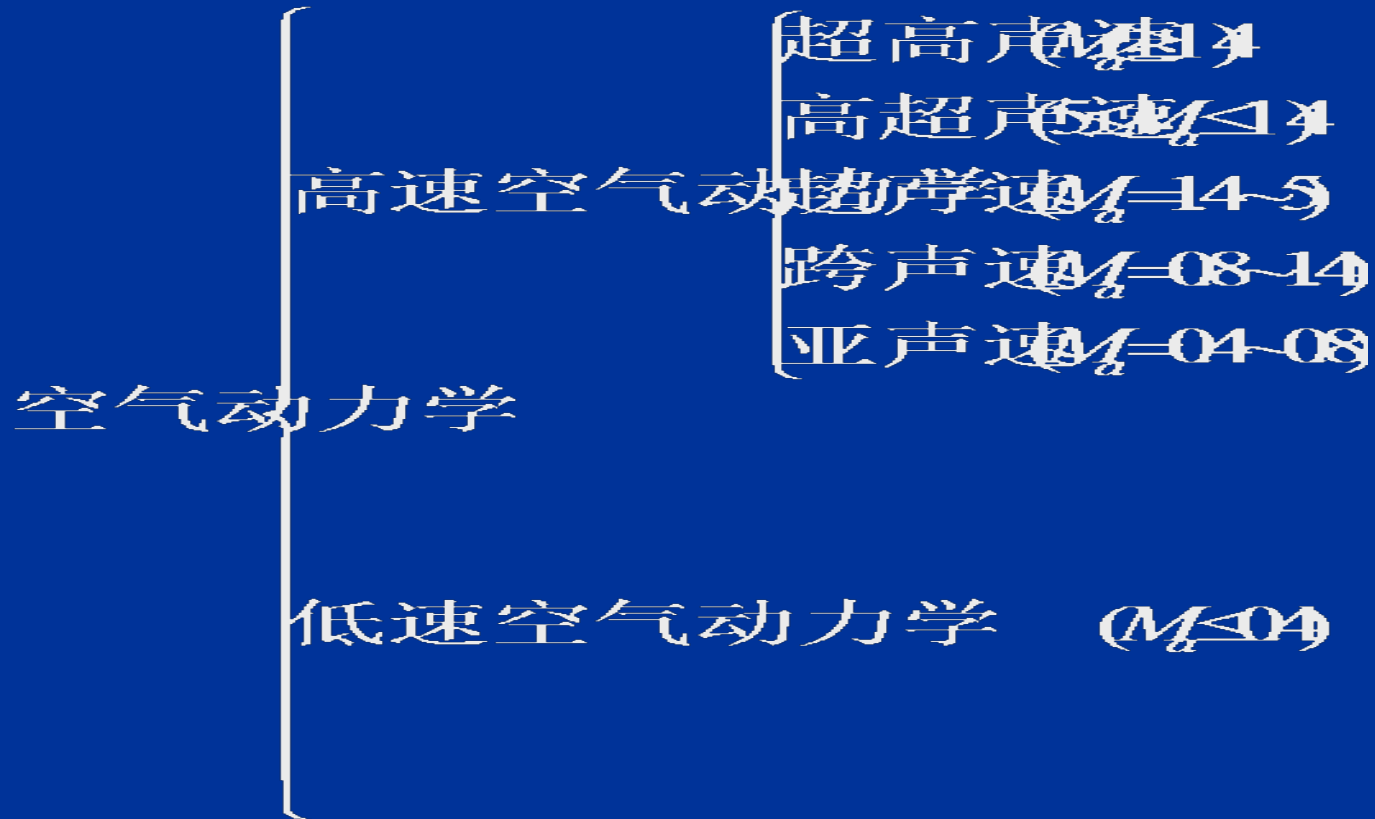
第三节 气流运动的基本方程

第四节 粘性流基础

第五节 阻力理论

空气动力学通常按以下三种方式来分类：

(1) 按速度范围分：



注： M_a 为马赫数

(2) 按用途分:

空气动力学
[飞行器空气]
[工业空气]



运十飞机的风洞试验



神七升空



垂直风洞



Tombac大桥风振倒塌

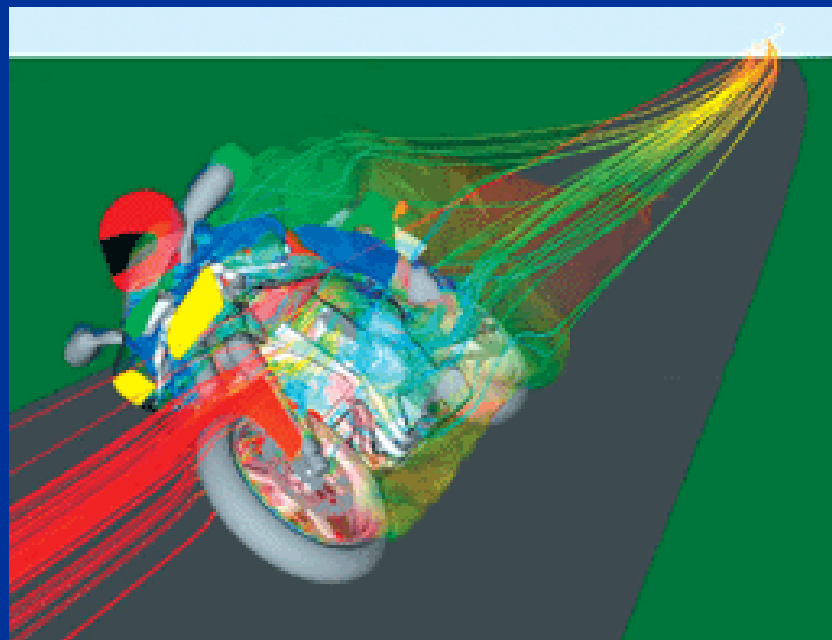
(3) 按研究方法分:

空气动力学
理论空气
实验空气
计算空气



前后两辆自行车的数值模拟

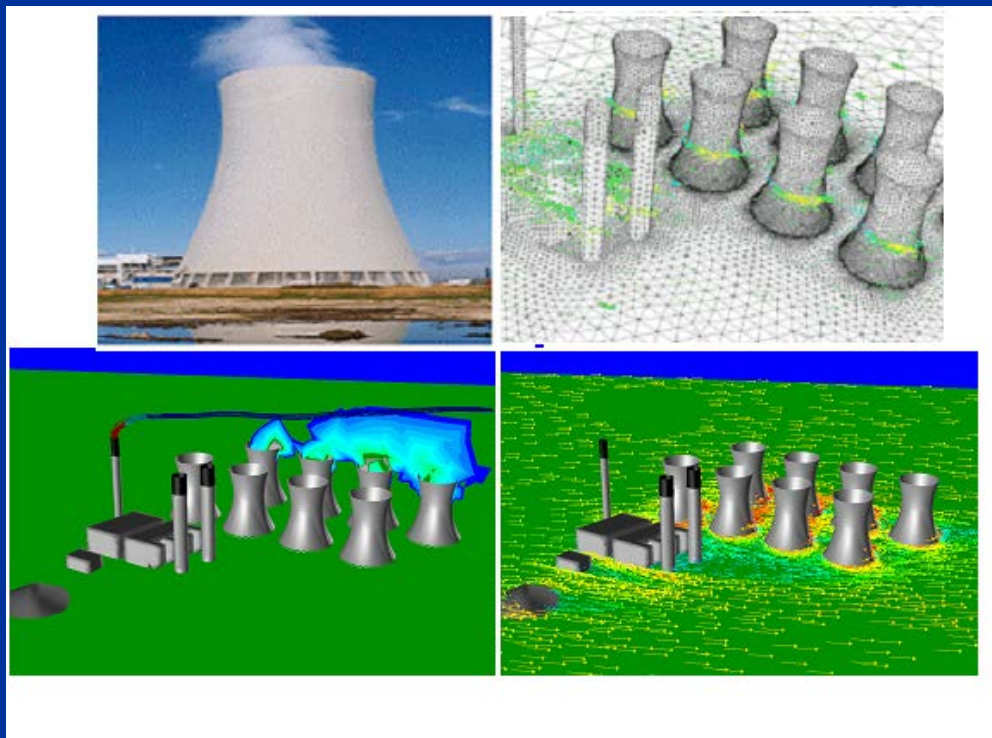
行驶中摩托车的数值模拟





滑雪运动数值模拟

冷却塔大气羽流扩散的数值模拟



第一节 空气的基本物理属性

一、空气的连续介质模型

空气动力学研究的不是微观的分子运动，而是研究空气与其中运动物体的宏观机械运动，它是大量分子的平均统计行为。

1753年由欧拉首先建立的**连续介质模型**。

空气质点：空气质点宏观尺寸充分小，微观尺寸足够大

说明： ① 质点的体积远远大于流体分子之间的间距，可容纳足够多的流体分子，是分子集团，个别分子运动参数的变化不影响这群分子运动参数的平均统计值

② 质点是空气的最小构成单元

③ 质点之间无任何间隙

④ 质点没有固定形状，但有能量

连续介质：空气占据空间所有点或由连续发布质点的组合

说明： ① 空气是由无穷多个、无穷小的、紧密毗邻、连绵不断的空气质点组成的绝无间隙的连续介质

② 连续介质的概念来自数学，实验证明基是正确的

二、空气密度、温度和压强

1. 密度

空气内部某一几何点P处的密度：

$$\rho_P = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}$$

2. 压强和温度

(1) 任一点的压强

$$P_P = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} (\Delta N / \Delta S) = \frac{dn}{dS}$$

分子不规则热运动对空气中物体表面的碰撞作用的统计行为

(2) 任一点的温度

$$T_P = P_P / \rho R$$

分子平均动能的大小

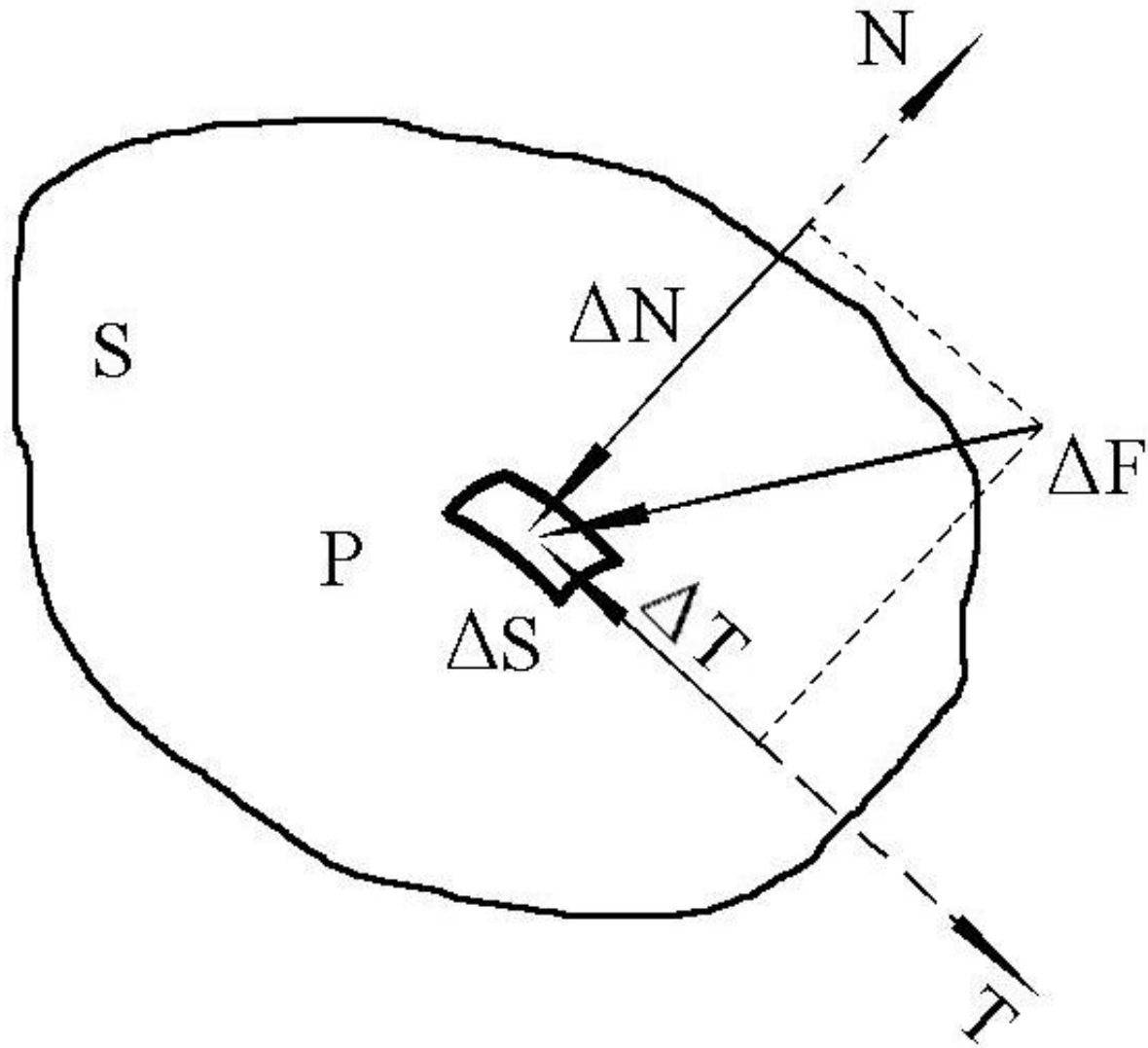


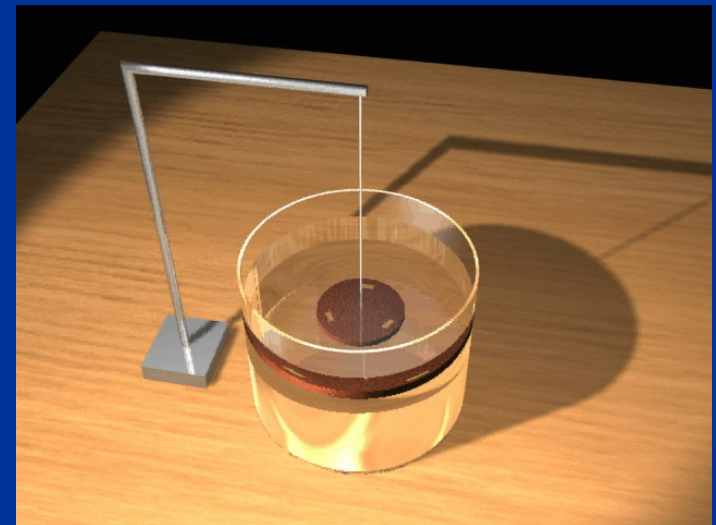
图2-1 任意点的压强

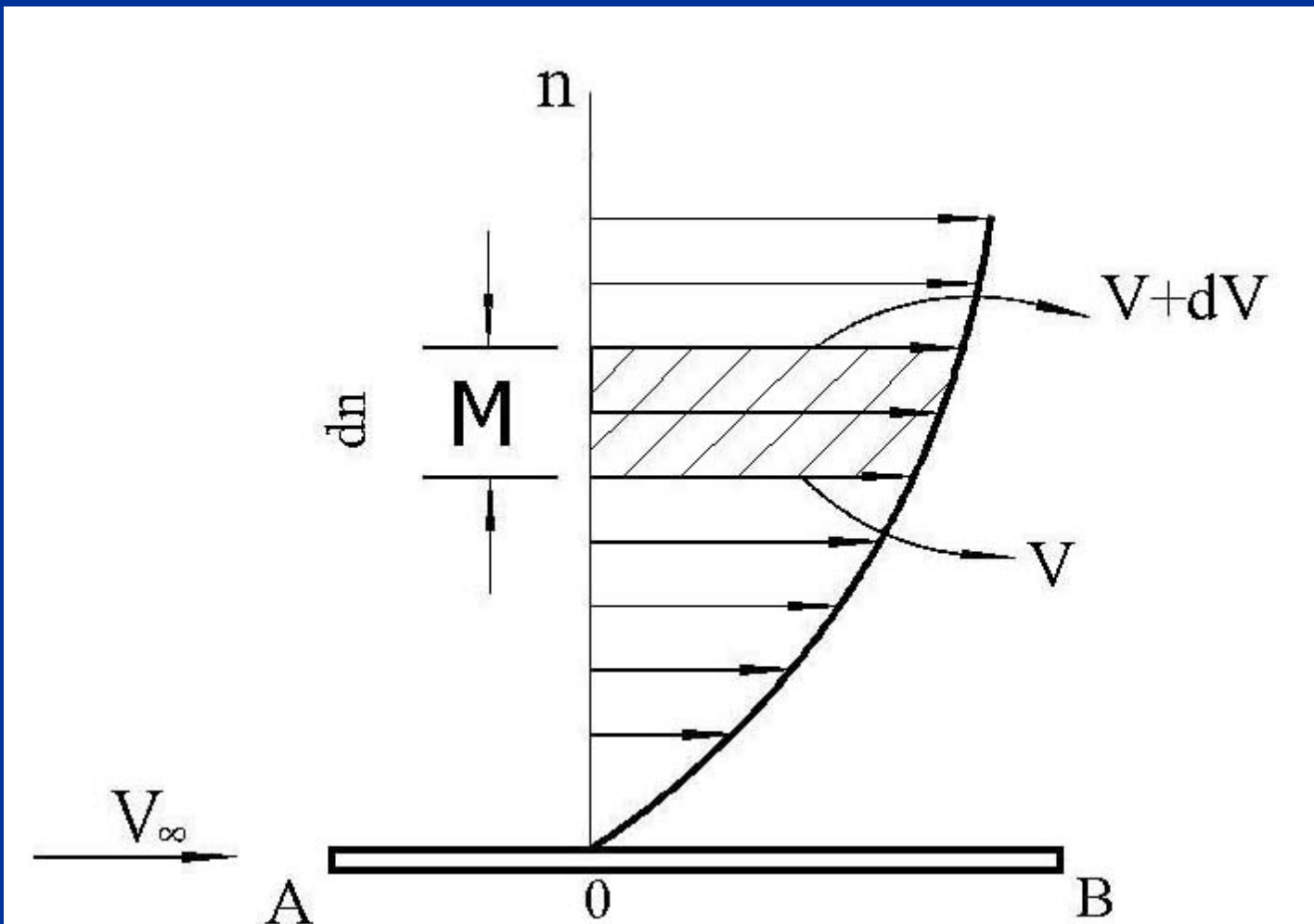
三、空气的粘性

粘性的实质：空气内摩擦力。内摩擦的概念最早由牛顿（I.Newton,1687）提出。

粘性的特点：只有当空气有相对流动时才表现出来。

重要特征：只能延缓相对滑动过程。





薄板空气粘性实验

$$\tau = \mu \frac{dv}{dn}$$

从牛顿粘性公式可以看出：

1. 流体的剪应力与压强 p 无关。

2. 当 $\tau \neq 0$ 时， $\frac{du}{dn} \neq 0$ ，无论剪应力多小，只要存在剪应力，流体就会发生变形运动。

3. 当 $\frac{du}{dn} = 0$ 时， $\tau = 0$ ，即只要流体静止或无变形，就不存在剪应力，流体不存在静摩擦力。

因此牛顿粘性应力公式可看成流体易流性的数学表达。

- 流体的剪切变形是指流体质点之间出现相对运动（例如流体层间的相对运动）
- 流体的粘性是指流体抵抗剪切变形或质点之间的相对运动的能力
- 流体的粘性力是抵抗流体质点之间相对运动（例如流体层间的相对运动）的剪应力或摩擦力
- 在静止状态下流体不能承受剪力；但是在运动状态下，流体可以承受剪力，剪切力大小与流体变形速度梯度有关，而且与流体种类有关

液体和气体产生粘性的物理原因不同，前者主要来自于液体分子间的内聚力，后者主要来自于气体分子的热运动。因此液体与气体动力粘性系数随温度变化的趋势相反：

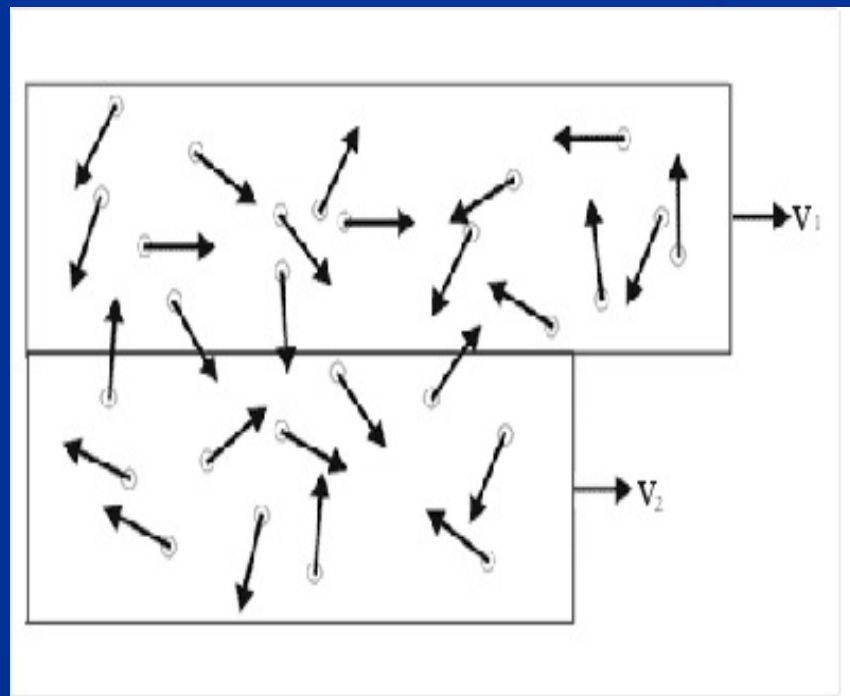
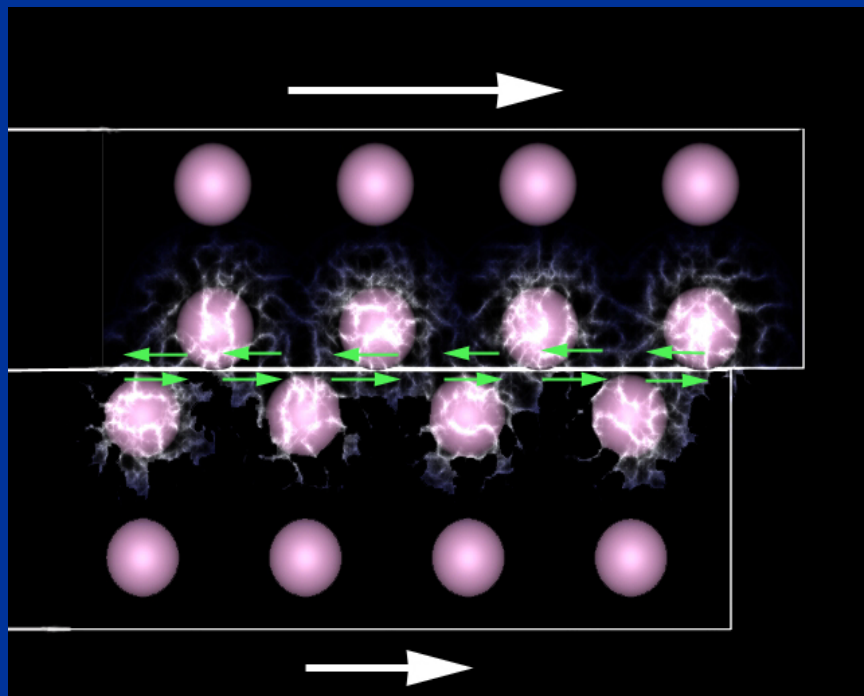
液体：温度升高， μ 变小，反之变大

气体：温度升高， μ 变大，反之变小

- 粘性内摩擦力产生的原因：
- 1. 分子间的吸引力
- 2. 分子不规则运动的动量交换

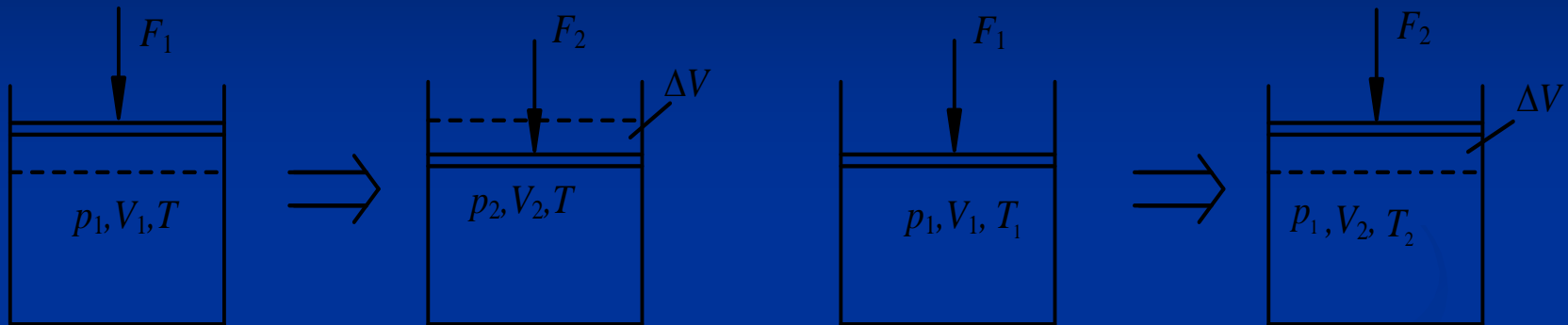
液体粘性：分子间的吸引力

气体粘性：分子的动量交换。



■ 四、空气的压缩性、膨胀性和流动性

压缩性：当温度不变时，一定质量气体的体积随压力的增大而变小的特性。



压缩系数

$$k = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \left(-\frac{\Delta V}{V \Delta P} \right) = -\frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dP}$$

弹性模量

$$E = \frac{1}{k} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \left(-\frac{V \Delta p}{\Delta V} \right) = -V \frac{dp}{dV} = \rho \frac{dp}{d\rho}$$

膨胀性（热膨胀性）：是指在压强不变的情况下，气体体积随温度升高而变化的特性

$$k_v = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dT}$$

流动性

气体的**流动性**是指在空气中运动的物体的通过性。

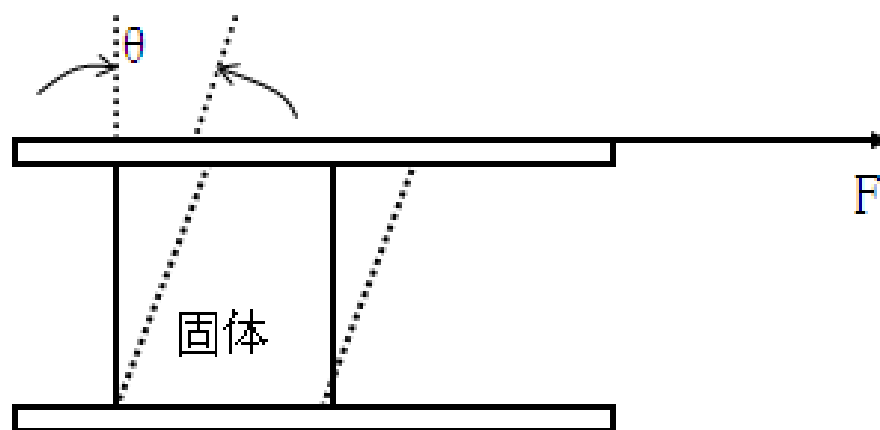
- 流体与固体的宏观差别：固体—可保持一定体积和形状

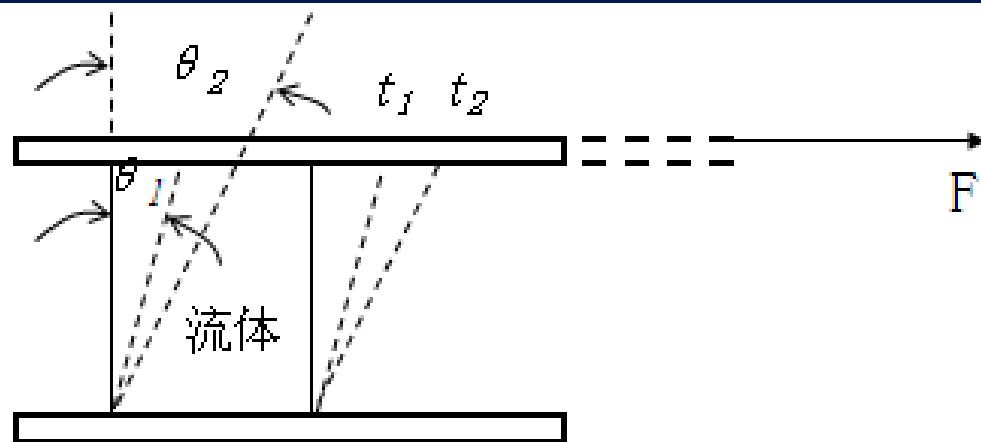
液体—可保持一定体积不能保持形状

气体—既不能保持体积也不能保持形状

- 流体与固体在力学特性上最本质的区别在于：二者承受剪应力和产生剪切变形能力上的不同。

如图所示，固体能够靠产生一定的剪切角变形量 θ 来抵抗剪应力 $\theta = \tau / G$





静止流体在剪应力作用下（不论所加剪切应力 τ 多么小，只要不等于零）将产生持续不断的变形运动（流动），换句话说，静止流体不能承受剪切应力，将这种特性称为流体的**流动性**。

五、作用在气流微团上的力

1. 质量力

某种力场作用在流体所有质点上的力称为**质量力**。质量力是非接触力，其大小与流体的质量成正比。如重力就是力学中常见的质量力，它是由重力场所施加的。

单位质量所受的质量力称为单位质量力，它可表示为：

$$f=f_x i + f_y j + f_z k$$

式中： f ——单位质量力

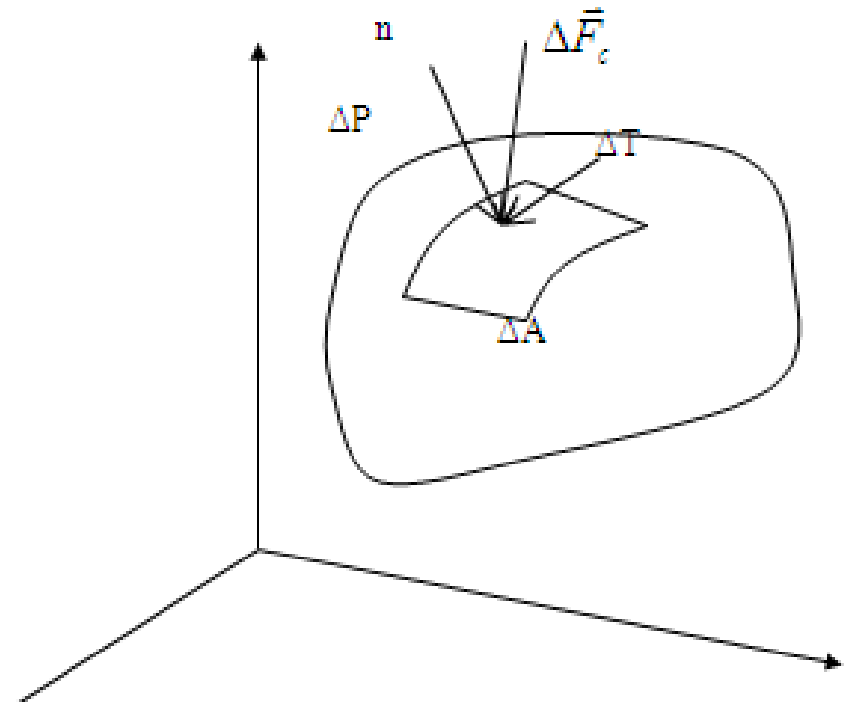
f_x, f_y, f_z ——单位质量力在x、y、z轴上分量。

2. 表面力

表面力是指作用在所研究气流表面上的力。表面力是接触力，其大小与表面积成正比。

由于按面积分布，故用接触应力表示，并可将其分解为法向应力和切向应力：

$$p_n = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}_c}{\Delta A} = \lim_{\Delta A} \frac{\Delta P}{\Delta A} + \lim_{\Delta A} \frac{\Delta T}{\Delta A}$$



法向应力与切向应力即摩擦应力组成接触应力：

$$p_n = p + \tau$$

上述画出的表面力对整个流体而言是内力，对所画出的流体团块来说则是外力。

流体内任取一个剖面一般无法向应力和切向应力，但切向应力完全是由粘性产生的，而流体的粘性力只有在流动时才存在，静止流体是不能承受切向应力的。

第二节 气流运动的有关基础

一、气流运动的数学描述方法

1. 拉格朗日法

2. 欧拉法

物理概念
清晰，但
处理问题
十分困难

拉格朗日法（质点法）

基本思想：跟踪每个流体质点的运动全过程，记录它们在运动过程中的各物理量及其变化规律。

基本参数： 位移 $x = x(a, b, c, t)$
流体质点的位置坐标： $y = y(a, b, c, t)$
 $z = z(a, b, c, t)$

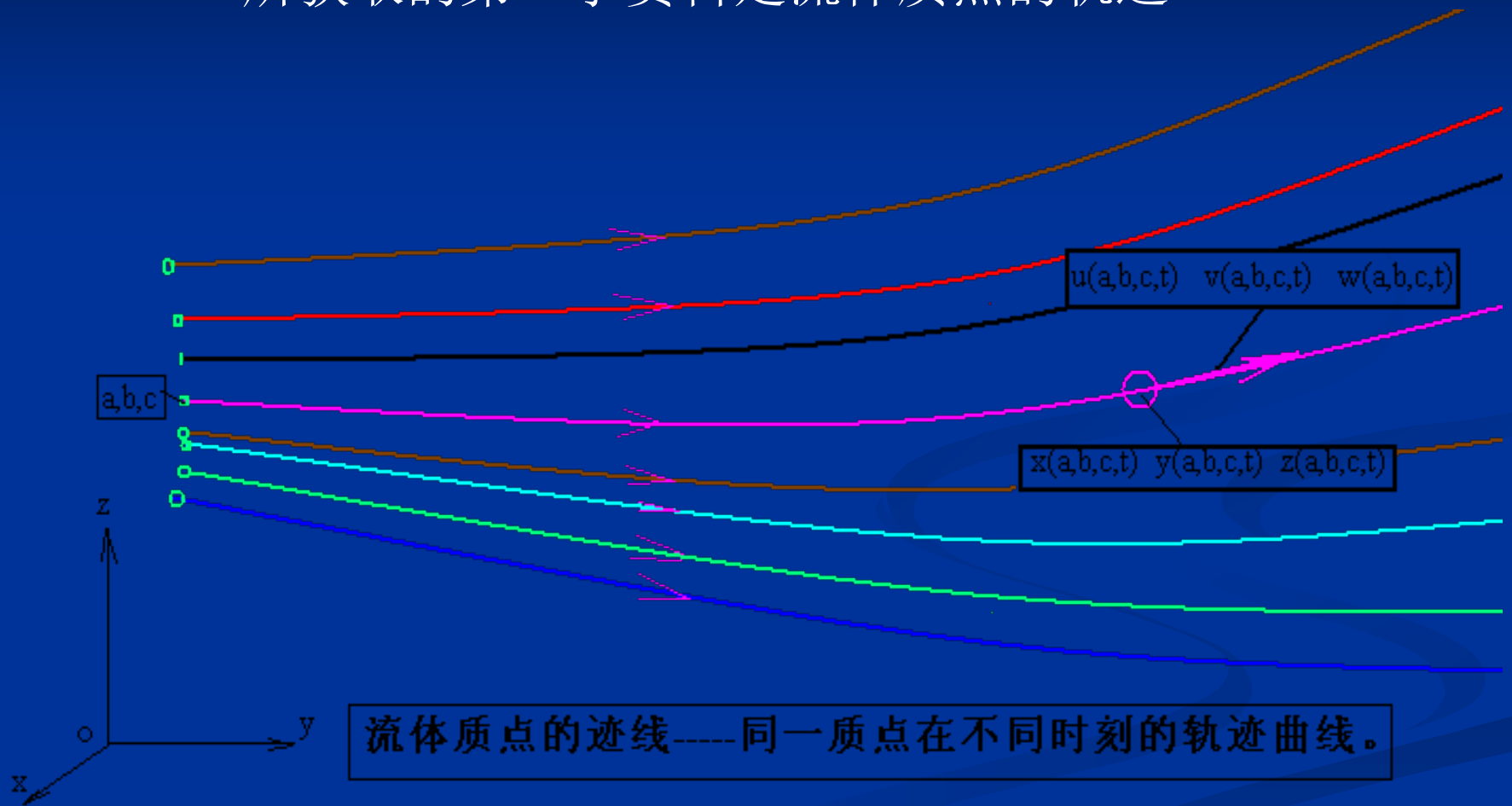
独立变量： (a, b, c, t) —— 区分流体质点的标志

几点说明：

- 1、对于某个确定的流体质点， (a, b, c) 为常数， t 为变量——**轨迹**
- 2、 t 为常数， (a, b, c) 为变量——**某一时刻不同流体质点的位置分布**
- 3、 a, b, c 为Lagrange变量，不是空间坐标函数，是流体质点的标号

电话号码

质点法—观察者着眼于个别流体质点，
所获取的第一手资料是流体质点的轨迹



质点物理量:

1. 流体质点的位置坐标:

$$\left. \begin{aligned} x &= x(a, b, c, t) \\ y &= y(a, b, c, t) \\ z &= z(a, b, c, t) \end{aligned} \right\}$$

流体质点的运动方程

2. 速度:

$$\left. \begin{aligned} u &= u(a, b, c, t) = \frac{\partial x(a, b, c, t)}{\partial t} \\ v &= v(a, b, c, t) = \frac{\partial y(a, b, c, t)}{\partial t} \\ w &= w(a, b, c, t) = \frac{\partial z(a, b, c, t)}{\partial t} \end{aligned} \right\}$$

3. 流体质点的加速度:

$$\left. \begin{aligned} a_x &= a_x(a, b, c, t) = \frac{\partial u(a, b, c, t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 x(a, b, c, t)}{\partial t^2} \\ a_y &= a_y(a, b, c, t) = \frac{\partial v(a, b, c, t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 y(a, b, c, t)}{\partial t^2} \\ a_z &= a_z(a, b, c, t) = \frac{\partial w(a, b, c, t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 z(a, b, c, t)}{\partial t^2} \end{aligned} \right\}$$

优缺点:

- ✓ 直观性强、物理概念明确、可以描述各质点的时变过程
- ✗ 数学求解较为困难，一般问题研究中很少采用

2、Euler方法（欧拉方法，空间点法，流场法）

Euler(1707-1783)，瑞士数学家、物理学家，提出变分原理，建立了理想流体运动方程。

在该方法中，观察者相对于坐标系是固定不动的，着眼于**不同流体质点通过空间固定点的流动行为**，通过记录不同空间点流体质点经过的运动情况，从而获得整个流场的运动规律。

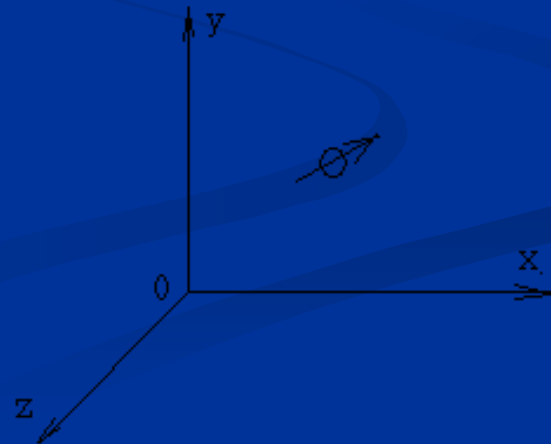
其中, x, y, z 为空间点的坐标。

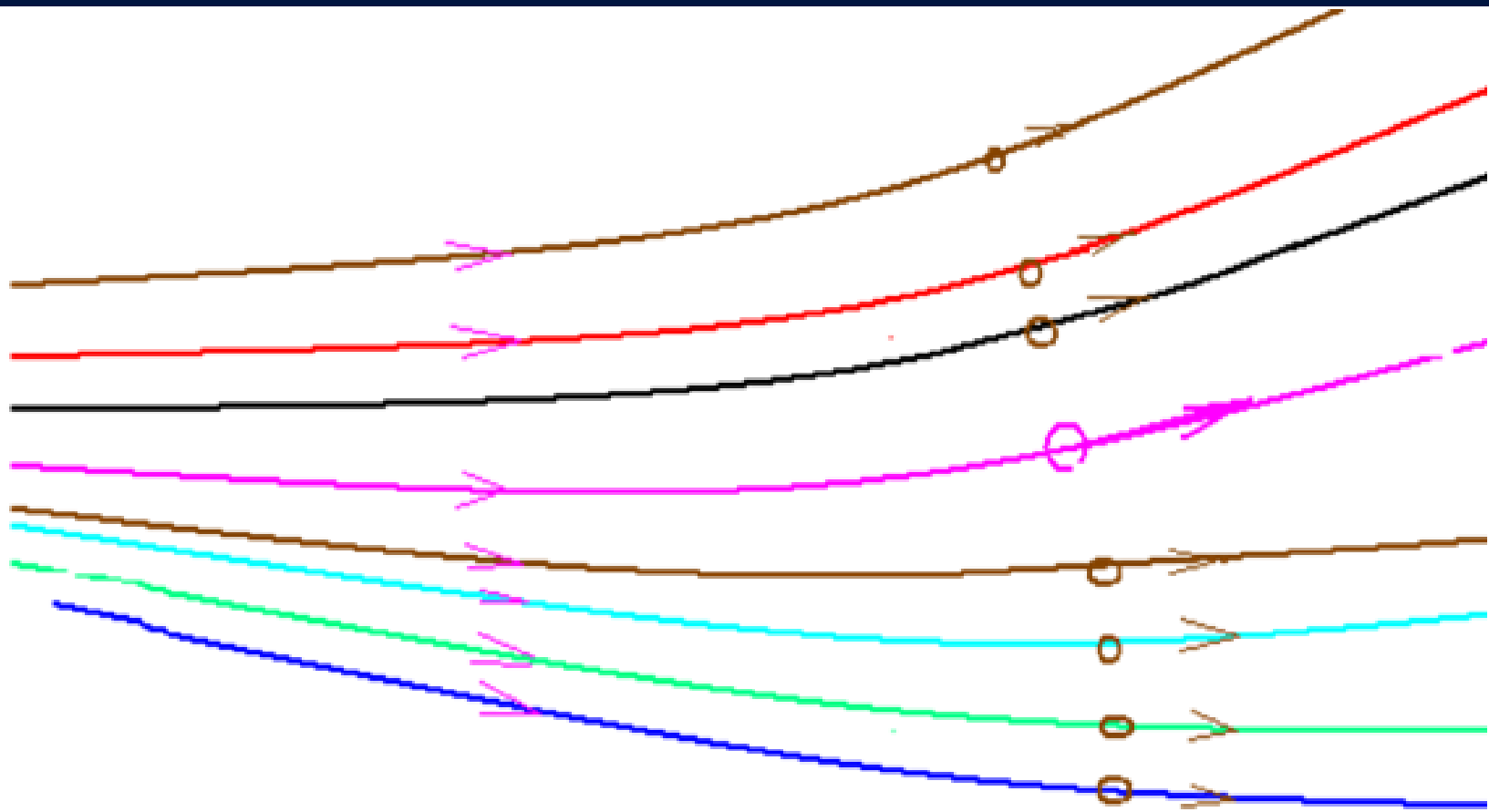
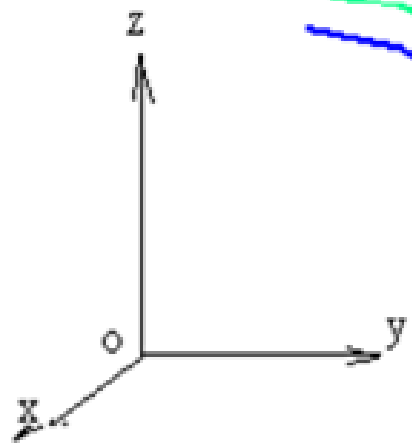
t 表示时间。 x, y, z, t 称为**欧拉变数**。

$$\begin{cases} u(x, y, z, t) \\ v(x, y, z, t) \\ w(x, y, z, t) \end{cases} \quad \vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$$

x, y, z 给定, t 变化, 表示不同时刻不同流体质点通过同一空间点的速度。

t 给定, x, y, z 变化, 表示给定时刻, 不同流体质点通过不同空间点的速度, 给定速度场。





$$u = u(x, y, z, t)$$

◆ 流体质点运动的加速度

$$a_x = \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{dz}{dt}$$



$$u = \frac{dx}{dt}, v = \frac{dy}{dt}, w = \frac{dz}{dt}$$

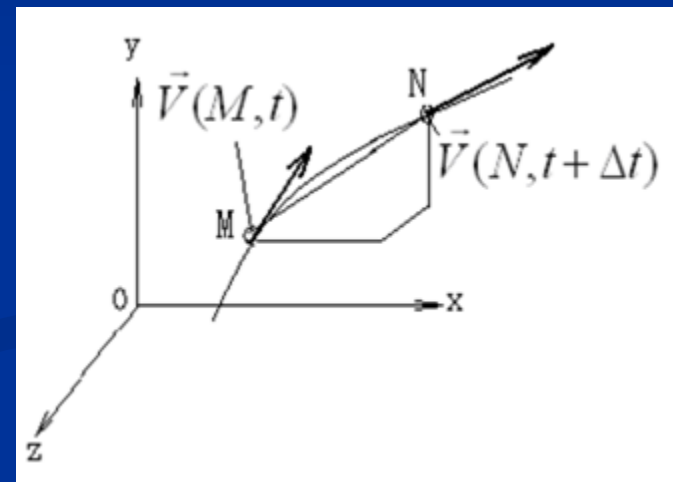
$$\left. \begin{aligned} a_x &= \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \\ a_y &= \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \\ a_z &= \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \end{aligned} \right\}$$

矢量形式

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V}$$

哈密顿算子: $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}$

设速度函数具有一阶连续的偏导数，现在来求加速度。设某一流体质点在t时刻位于流场中M点，经过微分时段位于N点，根据加速度定义有



$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{V}(N, t + \Delta t) - \vec{V}(M, t)}{\Delta t}$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{V}(N, t + \Delta t) - \vec{V}(N, t)}{\Delta t}$$

→ 当地随时间的变化，非定常性

$$+ \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{V}(N, t) - \vec{V}(M, t)}{\Delta t}$$

→ 当时随空间的变化，非均匀性

根据泰勒级数展开，流场非定常性引起的速度变化为

$$\overset{\mathbf{r}}{V}(N, t + \Delta t) = \overset{\mathbf{r}}{V}(N, t) + \frac{\partial \overset{\mathbf{r}}{V}(N, t)}{\partial t} \Delta t + O(\Delta t^2)$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overset{\mathbf{r}}{V}(N, t + \Delta t) - \overset{\mathbf{r}}{V}(N, t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\frac{\partial \overset{\mathbf{r}}{V}(N, t)}{\partial t} \Delta t + O(\Delta t^2)}{\Delta t} = \frac{\partial \overset{\mathbf{r}}{V}(M, t)}{\partial t} = \frac{\partial \overset{\mathbf{r}}{V}}{\partial t}$$

由于流场不均匀性引起的速度变化为

M点为 (x, y, z) , N点为 $(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z)$

$$\begin{aligned} \dot{V}(N, t) &= \dot{V}(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z, t) \\ &= V(x, y, z, t) + \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial z} \Delta z + O(\Delta x^2, \dots) \\ \dot{V}(N, t) - \dot{V}(M, t) &= \frac{\partial V(M, t)}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial V(M, t)}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial V(M, t)}{\partial z} \Delta z + O(\Delta x^2, \dots) \end{aligned}$$

由于流场不均匀性引起的速度变化为

$$\begin{aligned} & \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\dot{V}(N, t) - \dot{V}(M, t)}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\frac{\partial \dot{V}(M, t)}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial \dot{V}(M, t)}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial \dot{V}(M, t)}{\partial z} \Delta z + O(\Delta x^2, \dots)}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \frac{\partial \dot{V}(M, t)}{\partial x} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} \frac{\partial \dot{V}(M, t)}{\partial y} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta z}{\Delta t} \frac{\partial \dot{V}(M, t)}{\partial z} \\ &= u \frac{\partial \dot{V}(M, t)}{\partial x} + v \frac{\partial \dot{V}(M, t)}{\partial y} + w \frac{\partial \dot{V}(M, t)}{\partial z} \end{aligned}$$

综合起来，得到流体质点的**全加速度**为

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + u \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial z}$$

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V}$$

质点加速度:

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V}$$

当地加速度

迁移加速度

第一部分: 是由于某一空间点上的流体质点的速度随时间的变化而产生的, 称为**当地加速度**

第二部分: 是某一瞬时由于流体质点的速度随空间点的变化而产生的, 称为**迁移加速度**

算子

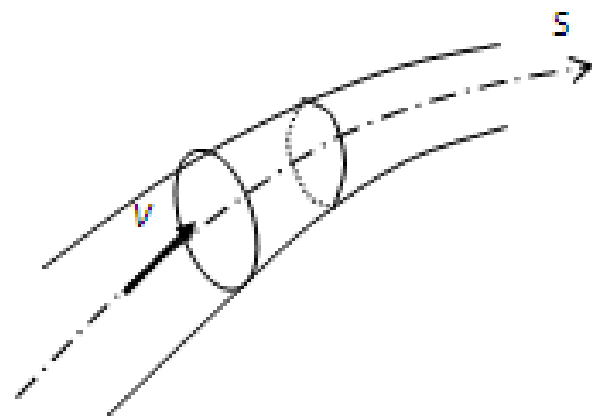
$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$$

表示随流体质点运动的导数，称**随体导数**。除速度外，对流场中其它变量也成立。如对于压强 p ，有

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} + w \frac{\partial p}{\partial z}$$

如果流动参数是一维空间流程坐标 s 和时间 t 的函数，速度场为 $v(s, t)$ 。则全加速度表示为：

$$a_s = \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial s}$$



例：速度场 $\vec{u} = (4y - 6x)t\vec{i} + (6y - 9x)t\vec{j}$

求 (1) $t=2s$ 时，在(2, 4)点的加速度；

(2) 是恒定流还是非恒定流；

(3) 是均匀流还是非均匀流。

$$\begin{aligned}\text{解: (1) } a_x &= \frac{du_x}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} \\ &= (4y - 6x) + (4y - 6x)t(-6t) + (6y - 9x)t(4t)\end{aligned}$$

將 $t=2$, $x=2$, $y=4$ 代入得 $a_x = 4m/s^2$

同理 $a_y = 6m/s^2$

$$\vec{a} = 4\vec{i} + 6\vec{j} \quad m/s^2$$

$$(2) \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \frac{\partial u_x}{\partial t} \vec{i} + \frac{\partial u_y}{\partial t} \vec{j} = (4y - 6x)\vec{i} + (6y - 9x)\vec{j} \neq 0$$

是非恒定流

$$(3) \quad (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = \left(u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \vec{i} + \left(u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) \vec{j} = 0$$

是均匀流

四、两种描述的关系

两种方法的比较

拉格朗日法

分别描述有限质点的轨迹

表达式复杂

不能直接反映参数的空间分布

不适合描述流体元的运动变形特性

欧拉法

同时描述所有质点的瞬时参数

表达式简单

直接反映参数的空间分布

适合描述流体元的运动变形特性

二、描述气流运动的基本概念

1. 气流运动的分类

根据气流流动物理参数所依赖的空间坐标变量的数目分为一、二、三维流动。分别可表示为：

$$B = F(x, t)$$

$$B = F(x, y, t)$$

$$B = F(x, y, z, t)$$

根据流动的物理参数是否随时间变化，气流流动分为定常流动和非定常流动。可用如下三个式子表示：

$$B = F(x)$$

$$B = F(x, y)$$

$$B = F(x, y, z)$$

随时间变化的称非定常流，或称不稳定流，又叫不定型流。

流体流动不考虑其粘性作用称为理想流体流动。

流体流动不考虑其密度变化称为不可压缩流体流动。

流体流动还分为无旋流和有旋流。

3 流体微团运动的分析

流体微团的基本运动形式

在理论力学中，研究对象是质点和刚体（无变形体），它们的基本运动形式可表示为：

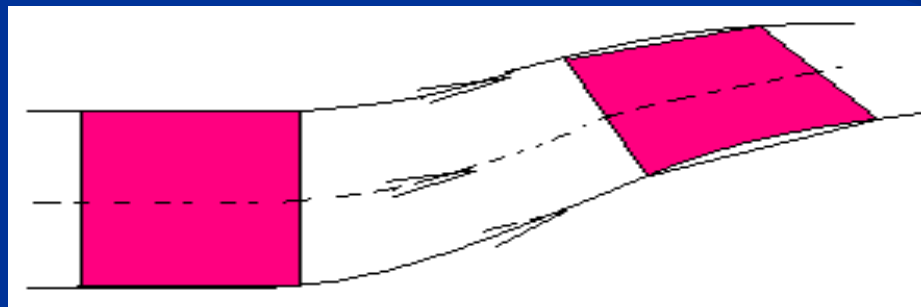
- (1) 质点运动（无体积大小的空间点）只有平移运动（平动）；
- (2) 刚体运动（刚体具有一定体积大小，但**无变形**）

除平移运动外，还有整体的旋转运动（转动）

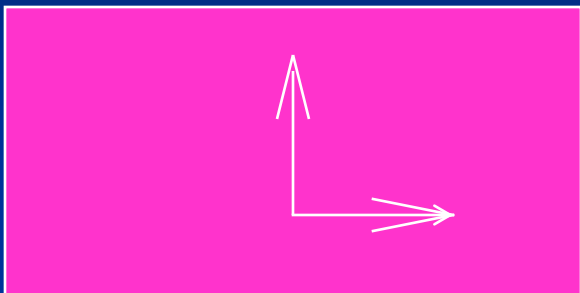
在流体力学中，研究对象是**质点**和不断变化形状与大小的**变形体**，就变形体而言，其运动形式除包括了刚体的运动形式外，**还有变形运动**。

变形运动包括两种，其一是引起体积大小变化的**边长伸缩线变形**运动，其二是引起体积形状变化的**角变形运动**。由此可得变形体的基本运动形式包括：

- (1) 平动
- (2) 转动
- (3) 线变形运动
- (4) 角变形运动



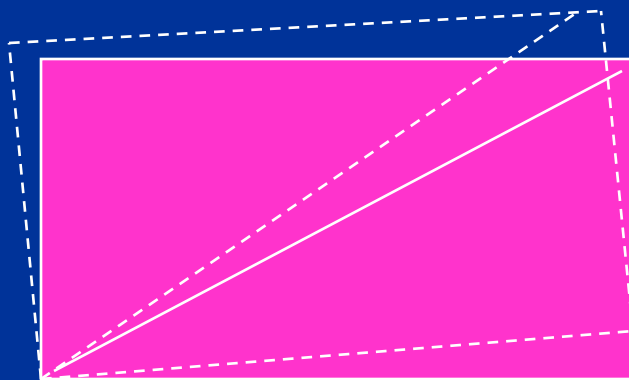
平动



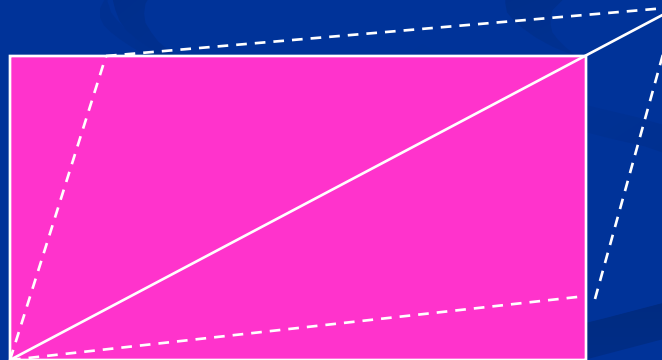
线变形运动



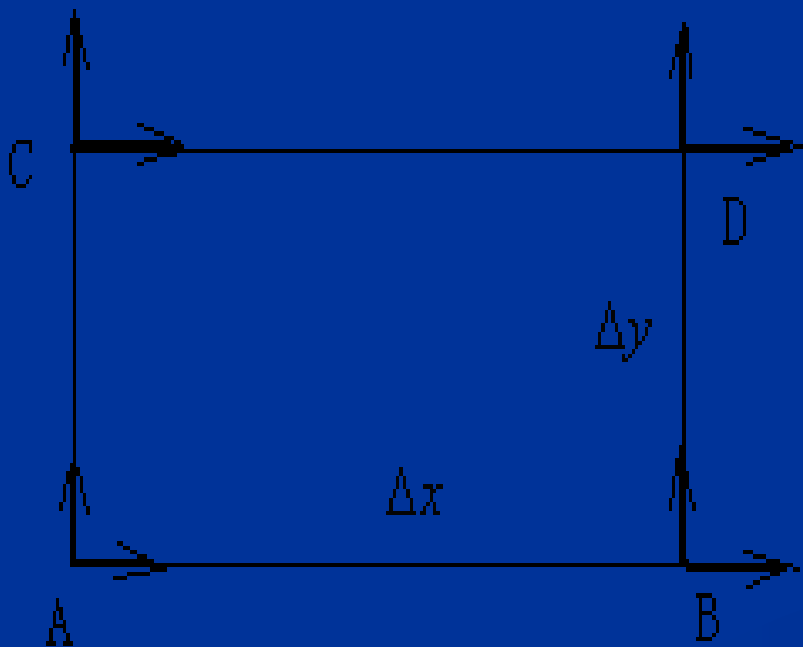
转动（角平分线转动）



角变形运动（角平分线不动）



为便于分析，在流场中任取一平面微团分析。根据泰勒级数展开，微分面四个顶点的速度可表示如下。



$$A: \quad u \quad v$$

$$B: \quad u + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x \quad v + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x$$

$$C: \quad u + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y \quad v + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y$$

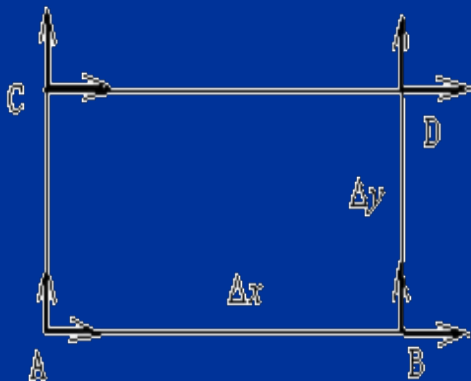
$$D: \quad u + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y \quad v + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y$$

(1) 各顶点速度相同的部分，为微团的平动速度 (u, v, w) 。

(2) **线变形速率** 线变形运动是指微元体各边长发生伸缩的运动。

线变形速率定义为单位时间单位长度的线变形量。如对于

AB边长，在微分时段内边长的增加量为

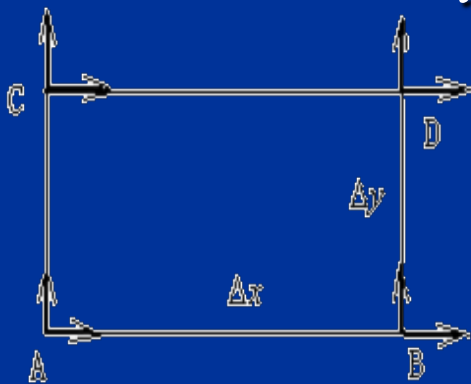


$$\Delta(AB) = \left[u + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x - u \right] \Delta t = \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x \Delta t$$

由此得到x方向的线变形速率(单位时间、单位长度)为

$$\theta_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta(AB)}{\Delta t \Delta x} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

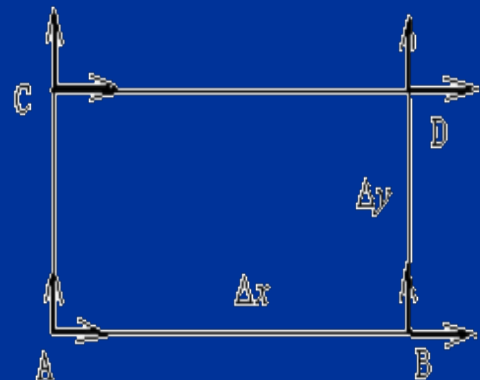
同理，在y方向的线变形速率为



$$\theta_y = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta(AC)}{\Delta t \Delta y} = \frac{\partial v}{\partial y}$$

平面微团的面积变化率为

$$\begin{aligned} \text{div} \mathbf{V} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta(\mathbf{AB} \times \mathbf{AC})}{\Delta x \Delta y \Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\left(\Delta x + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x \Delta t \right) \left(\Delta y + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y \Delta t \right) - \Delta x \Delta y}{\Delta x \Delta y \Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \Delta x \Delta y \Delta t + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \Delta x \Delta y \Delta t^2}{\Delta x \Delta y \Delta t} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \theta_x + \theta_y \end{aligned}$$



div 散度

散度在流体力学里表示流体微团的**相对体积膨胀率**（单位时间单位体积的增长量）。

散度的意义

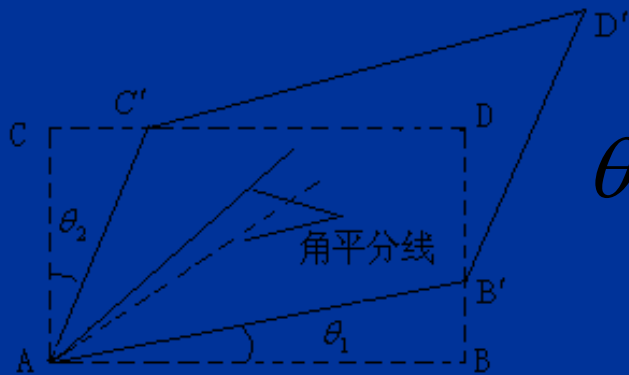
质量守恒：流体微团在运动中不论它的形状怎么变，体积怎么变，它的质量总是不变的。而质量等于体积乘密度，所以在**密度不变的不可压流动**里，微团的体积不变，其**速度的散度必为零**。

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = \nabla \cdot \mathbf{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

如果是密度有变化的流动，那么散度一般地不等于零。

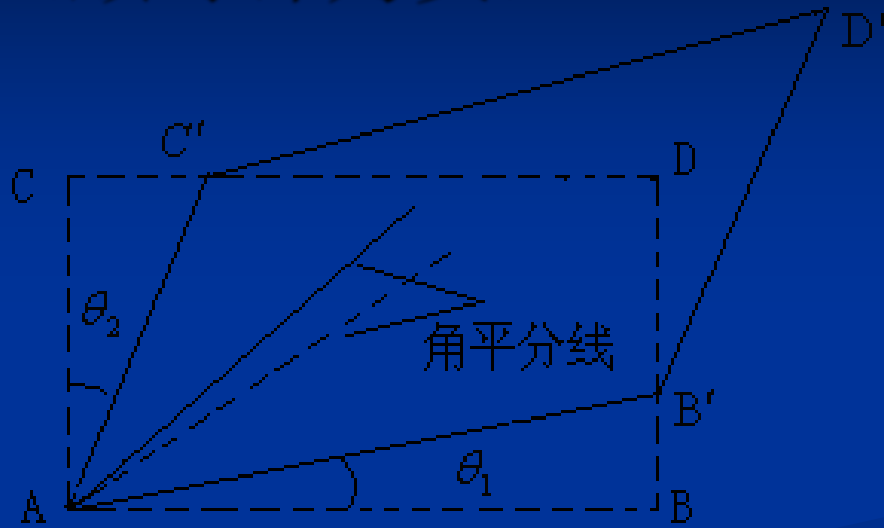
(3) 角变形速率与旋转角速度

在微分时段内，AB与AC两正交边夹角的变化与微分平面的角变形和转动有关。在微分时段内，AB边的偏转角为（逆时针为正）



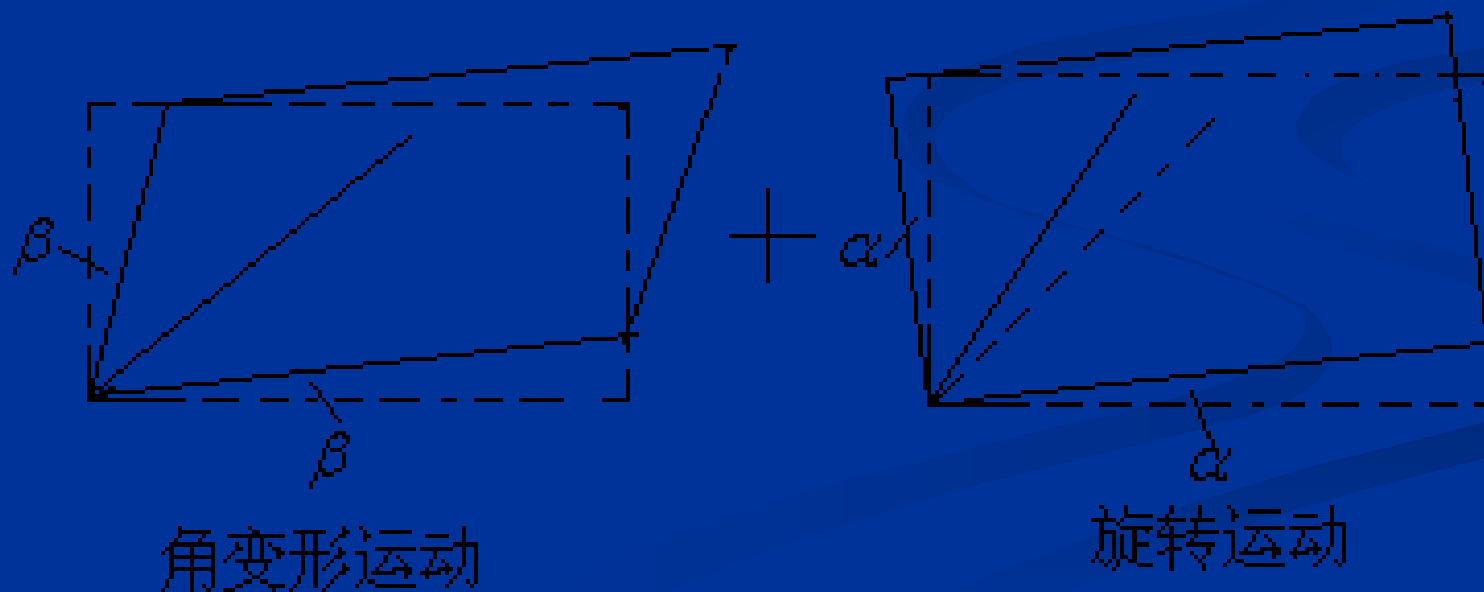
$$\theta_1 = \frac{BB'}{\Delta x} = \frac{\left(v + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x - v \right) \Delta t}{\Delta x} = \frac{\partial v}{\partial x} \Delta t$$

在微分时间内，AC边的偏转角度为
（顺时针为负）



$$\theta_2 = -\frac{CC'}{\Delta y} = -\frac{\left(u + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y - u\right) \Delta t}{\Delta y} = -\frac{\partial u}{\partial y} \Delta t$$

平面微团夹角的总变化量可分解为像刚体一样角平分线的转动部分和角平分线不动两边相对偏转同样大小角度的纯角变形部分。如图所示。

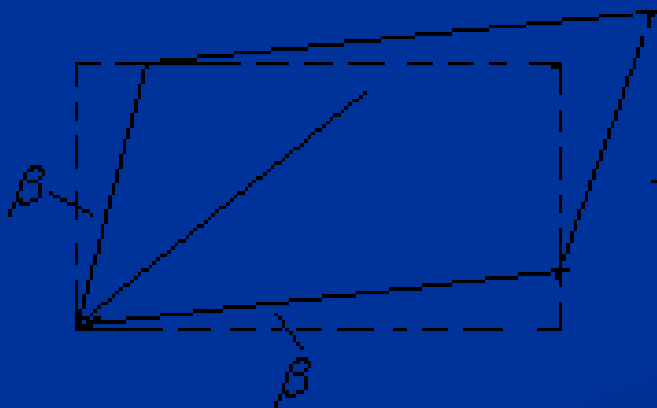


设在微分时段内，平面微团角平分线转动角度为 α ，边线的纯角变形量为 β ，则由几何关系可得

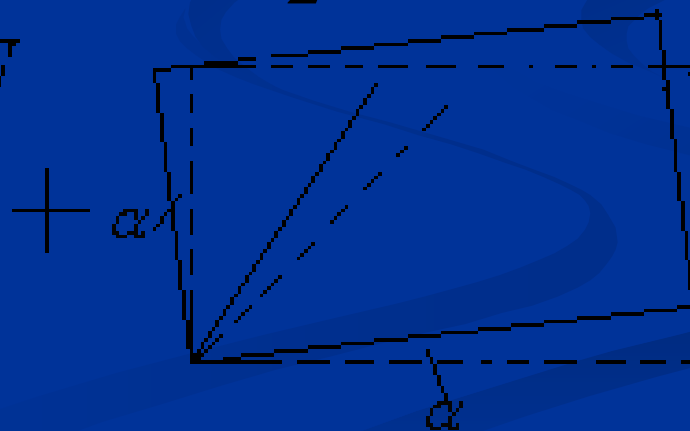
解出可得

$$\theta_1 = \alpha + \beta \quad \theta_2 = \alpha - \beta$$

$$\alpha = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \quad \beta = \frac{\theta_1 - \theta_2}{2}$$



角变形运动



旋转运动

定义，平面微团的旋转角速度（单位时间的旋转角度）为

$$\omega_z = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\alpha}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

注意负号和1/2

平面微团的角变形速率（单位时间单边角变形量）为

$$\gamma_z = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\beta}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

流体微团线变形速率：

$$\theta_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \theta_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \theta_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

流体微团角变形速率（剪切变形速率）：

$$\gamma_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right), \gamma_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \gamma_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

流体微团旋转角速度：

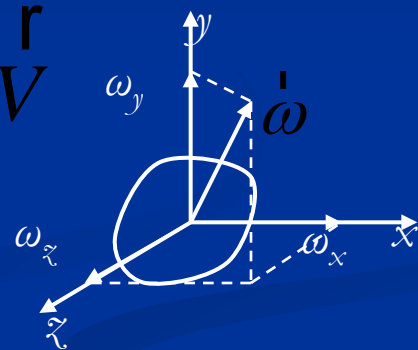
$$\omega_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right), \omega_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right), \omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

旋度

流体微团绕自身轴的旋转角速度的三个分量为 ω_x , ω_y , ω_z , 合角速度可用矢量表示为

$$\vec{\omega} = \omega_x \vec{i} + \omega_y \vec{j} + \omega_z \vec{k} = \frac{1}{2} \text{rot} \vec{V} = \frac{1}{2} \nabla \times \vec{V}$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$$



在向量分析里记为 $(1/2) \text{rot} \vec{V}$, 称为 \vec{V} 的旋度。

旋度可以看成是哈密顿算子和速度的向量叉乘的二分之一

一个流场，如果各处的 ω 都等于零，这样的流场称为无旋流场，其流动称为**无旋流**。否则为有旋流场，其流动称**有旋流**。根据数学上**Stokes**定律

$$\oint_L \vec{V} \cdot d\vec{r} = \iint_A \text{rot} \vec{V} \cdot d\vec{A}$$

如果是无旋流场，那么其旋度为零，由此得到

$$\oint_L \vec{V} \cdot d\vec{r} = 0$$

说明此时**速度场**的**曲线积分**与**路径**无关，仅是坐标位置的函数。

无旋流多了一个 $\vec{\omega} = 0$ 的限制条件。这个条件可以写为：

$$\omega_x = 0, \quad \omega_y = 0, \quad \omega_z = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}; \quad \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial y}; \quad \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial z}$$

在数学分析里，上式是式

$$u dx + v dy + w dz$$

成为全微分的必要和充分条件

在数学上表示下列微分代表某个函数的全微分，即

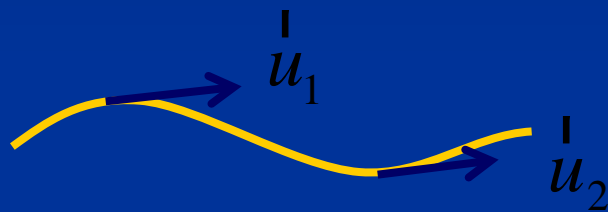
$$d\phi = \overset{r}{V} \cdot d\overset{r}{r} = udx + vdy + wdz \quad \oint_L \overset{r}{V} \cdot d\overset{r}{r} = \oint_L d\phi = 0$$

上式中这个函数称为**速度势函数**或**速度位**，
其**存在的充分必要条件是无旋流动**。

$$\overset{r}{\omega} = \frac{1}{2} \text{rot} \overset{r}{V} = 0$$

4. 流线与迹线

(1) 流线——某瞬时在流场中所作的一条空间曲线，曲线上各点速度矢量与曲线相切



流线方程： $f(x, y) = 0$

流线微分方程:

流线上任一点的切线方向 ($d\vec{r}$) 与该点速度矢量 (\vec{u}) 一致

$$d\vec{r} \times \vec{u} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ dx & dy & dz \\ u_x & u_y & u_z \end{vmatrix} = 0$$

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} = \frac{dz}{u_z}$$

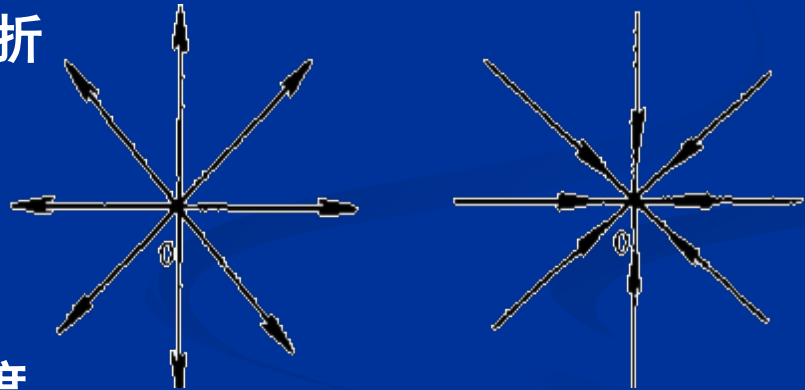
——流线微分方程

流线的性质：

- * 流线是光滑连续的曲线，除了**驻点**（速度为零）外，流线不能中断和产生



- * 除了奇点外,流线不能相交和转折



- * 流线的疏密表示流动的快慢程度



流面是由许多相邻的流线连成的一个曲面。

流面也是气流不会穿越的一个曲面。

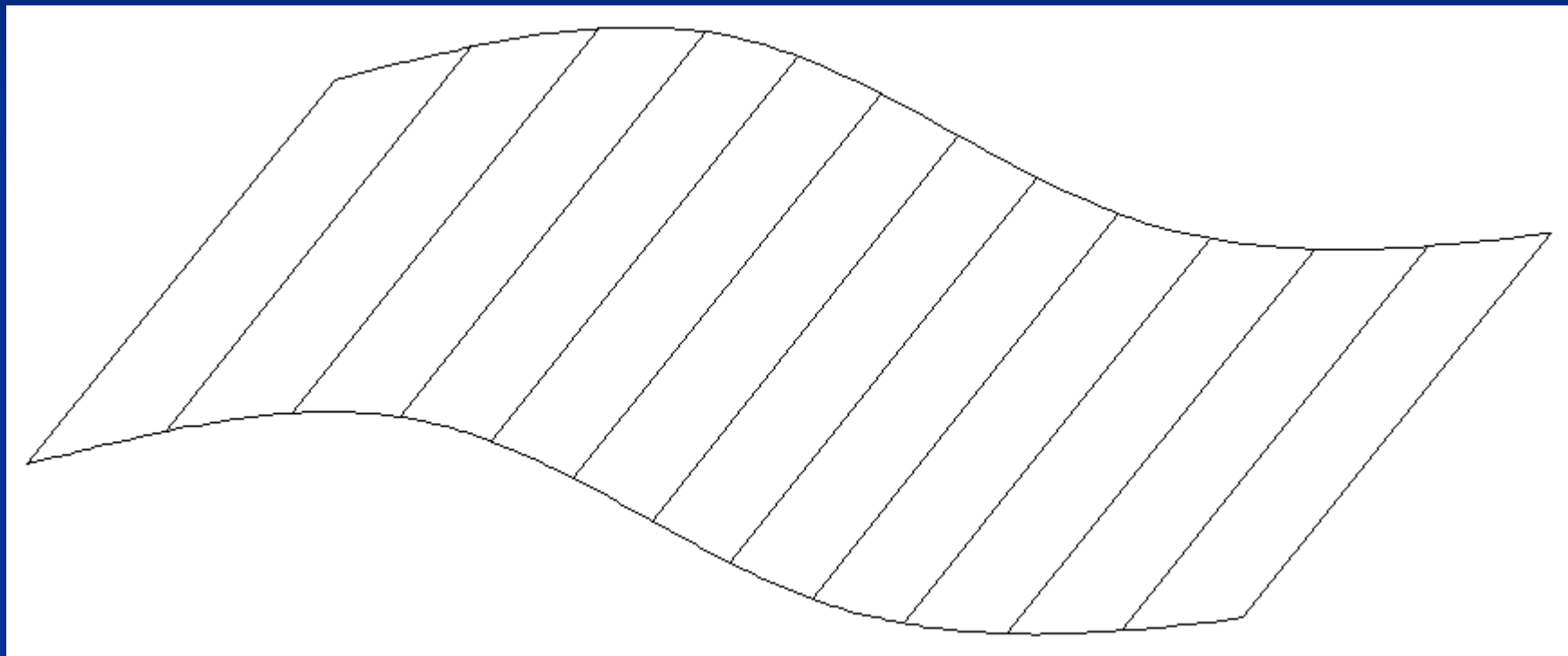


图2-7 流 面

(2) 迹线——质点运动的轨迹

迹线微分方程：对任一质点

$$dx = u_x dt \quad dy = u_y dt \quad dz = u_z dt$$

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} = \frac{dz}{u_z} = dt$$

——迹线微分方程

$$\begin{cases} x = x(a, b, t) \\ y = y(a, b, t) \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{其中 } a, b \text{ 为某初始时刻} \\ \text{流体质点的位置坐标} \end{array}$$

——迹线方程

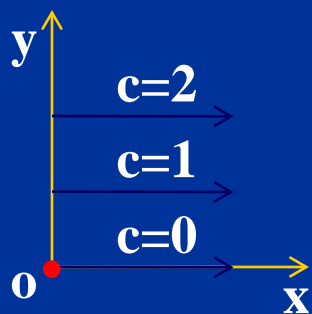
例：速度场 $u_x=a$, $u_y=bt$, $u_z=0$ (a 、 b 为常数)

求：(1) 流线方程及 $t=0$ 、1、2时流线图；

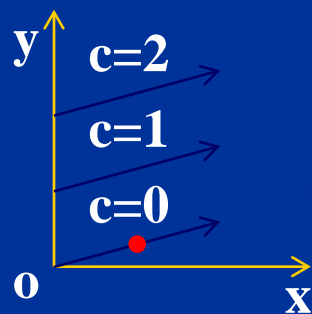
(2) 迹线方程及 $t=0$ 时过 $(0, 0)$ 点的迹线。

解： (1) 流线: $\frac{dx}{a} = \frac{dy}{bt}$

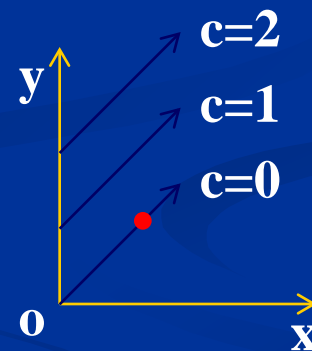
积分: $y = \frac{bt}{a}x + c$ —— 流线方程



$t=0$ 时流线



$t=1$ 时流线



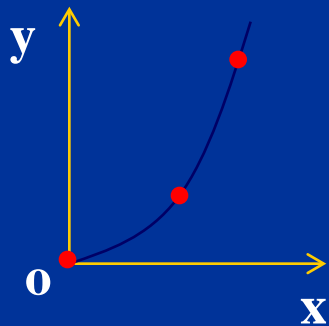
$t=2$ 时流线

(2) 迹线: $\frac{dx}{a} = \frac{dy}{bt} = dt$

即 $\frac{dx}{a} = dt \rightarrow \int_0^x dx = \int_0^t a dt \rightarrow x = at$

$$\frac{dy}{bt} = dt \rightarrow \int_0^y dy = \int_0^t b t dt \rightarrow y = b \frac{t^2}{2}$$

$y = \frac{b}{2a^2} x^2$ ——迹线方程 (抛物线)



注意: 流线与迹线不重合

例：已知速度 $u_x = x + t$, $u_y = -y + t$

求：在 $t=0$ 时过 $(-1, -1)$ 点的流线和迹线方程。

解： (1) 流线: $\frac{dx}{x+t} = \frac{dy}{-y+t}$

积分: $\ln(x+t)(y-t) = c$

$t=0$ 时, $x=-1, y=-1 \Rightarrow c=0$

$xy=1$ —— 流线方程 (双曲线)

(2) 迹线:

$$\frac{dx}{x+t} = dt$$

$$\frac{dy}{-y+t} = dt$$

\Rightarrow

$$\frac{dx}{dt} = x+t$$

$$\frac{dy}{dt} = -y+t$$

\Rightarrow

$$x = c_1 e^t - t - 1$$

$$y = c_2 e^{-t} + t - 1$$

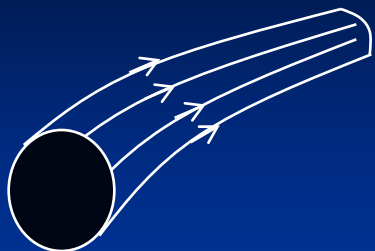
由 $t=0$ 时, $x=-1, y=-1$ 得 $c_1=c_2=0$

$$\begin{aligned} x &= -t - 1 \\ y &= t - 1 \end{aligned} \Rightarrow$$

$$x + y = -2 \quad \text{——迹线方程 (直线)}$$

(3) 若恒定流: $u_x = x, u_y = -y$?

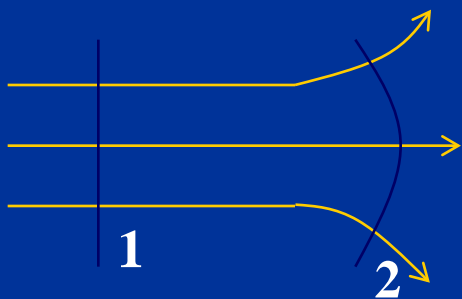
流管与流束



流管——在流场中任意取不与流线重合的封闭曲线，过曲线上各点作流线，所构成的管状表面

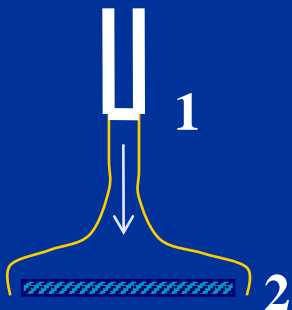
流束——流管内的流体

过流断面——在流束上作出与流线正交的横断面



注意：只有均匀流的过流断面才是平面

例：



1处过流断面



2处过流断面



元流与总流

元流——过流断面无限小的流束

总流——过流断面为有限大小的流束，它由无数元流构成

流量

体积流量 $Q = \int_A u dA \quad m^3 / s$

质量流量 $Q_m = \int_A \rho u dA \quad kg / s$

不可压缩流体 $Q_m = \rho Q$

断面平均流速

$$v = \frac{Q}{A} \quad Q = vA$$

三、绝对坐标系和相对坐标系

研究汽车在空气中运动，坐标系统的选择很重要。因为速度和加速度都是相对于所选取的坐标系而言的；而且由于所选择的坐标系不同，观察到的流动几何图形也不同。同时，坐标系选择的合适与否直接影响到问题解的难易程度。

四、体系与控制体

1. 体系

体系是一定气流微团的集合。在运动中体系的形状和位置可以不断变化，但所包含的气流微团数却始终不变。

体系有如下**特点**：

- 1) 体系的形状和位置可以不断变化，但它所包含的气流微团数却始终不变，即体系边界处没有质量交换。
- 2) 体系以外的物质施加给体系的力作用于体系的边界上。
- 3) 体系与外界可以有能量（热或功）交换。

2. 控制体

控制体是指被气流流过，相对于坐标系固定不变的确定的空间区域。

控制体有如下**特点**：

- 1) 控制体的边界相对坐标系是固定不变的，即形状和位置不变。
- 2) 控制体与外界既有质量交换又有能量交换，即所包含的气流微团数是变化的。
- 3) 控制体以外的物质施加给控制体以内的力作用在控制面上。

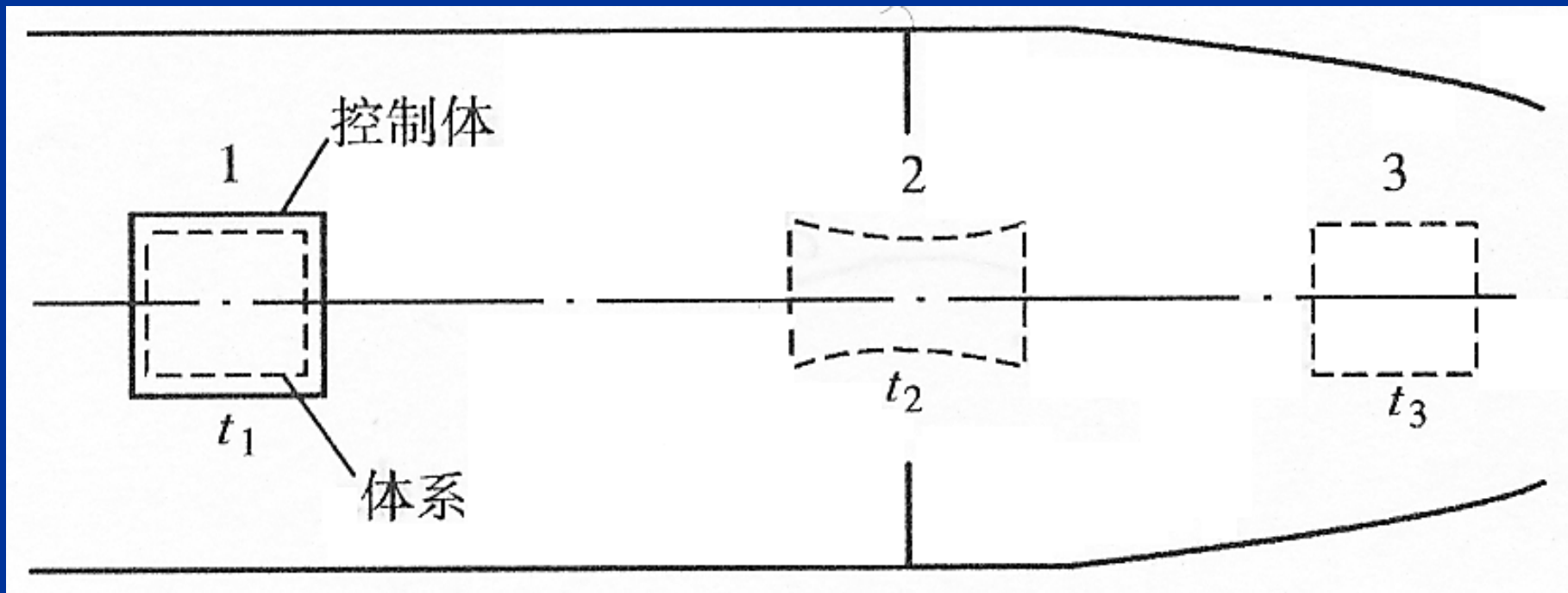


图2-9 体系与控制体

第三节 气流运动的基本方程

一、连续方程

1.微分形式的连续方程

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \left[\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right] = 0$$

适用范围：理想、实际、恒定流或非恒定流的不可压缩流体流动。

如果流体的密度在运动过程中不变，即 $\rho = \text{常数}$ ，这种流体称为不可压流，那么 $D\rho/Dt = 0$ ，那么连续方程可以简化为：

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0$$

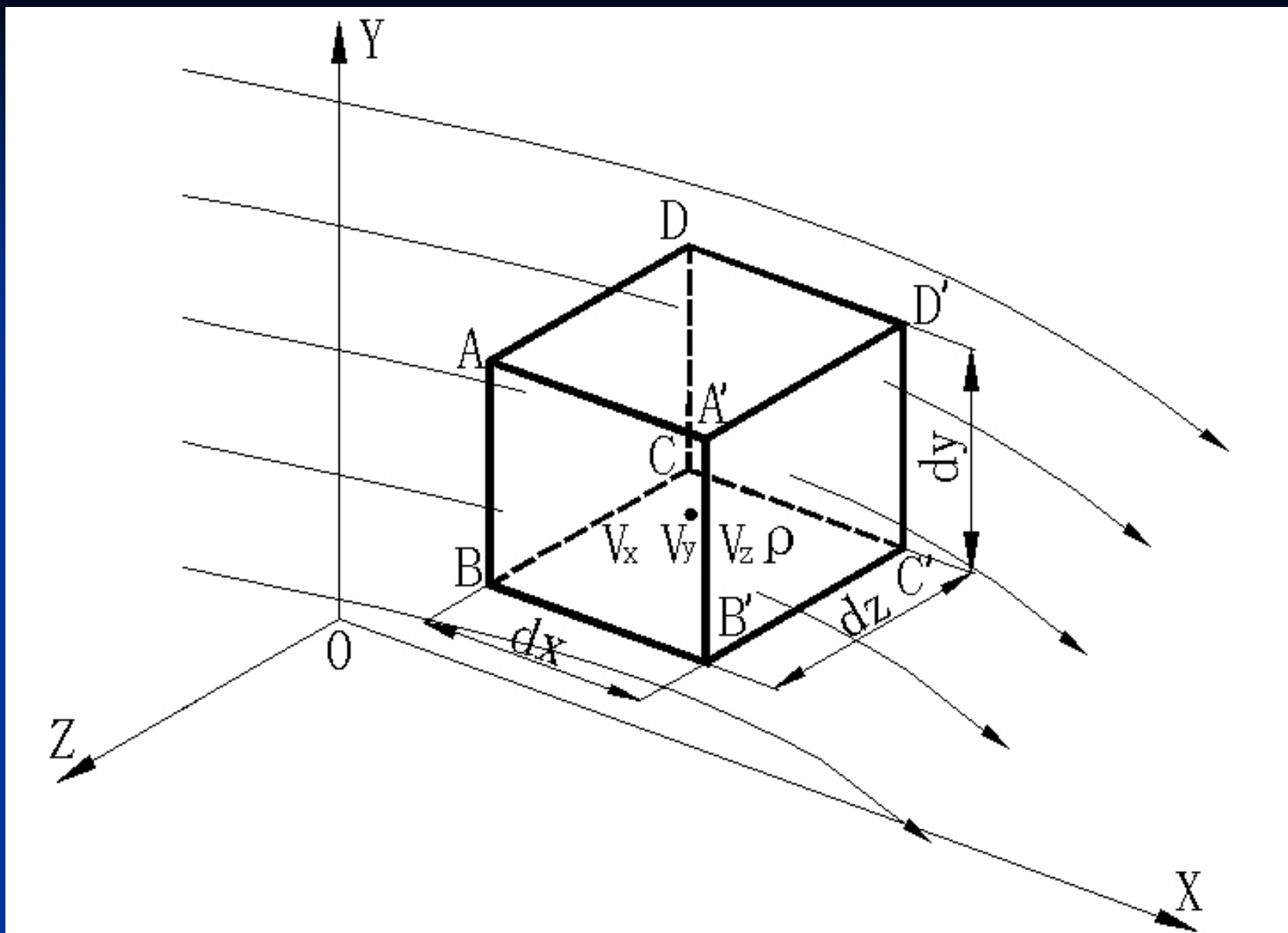
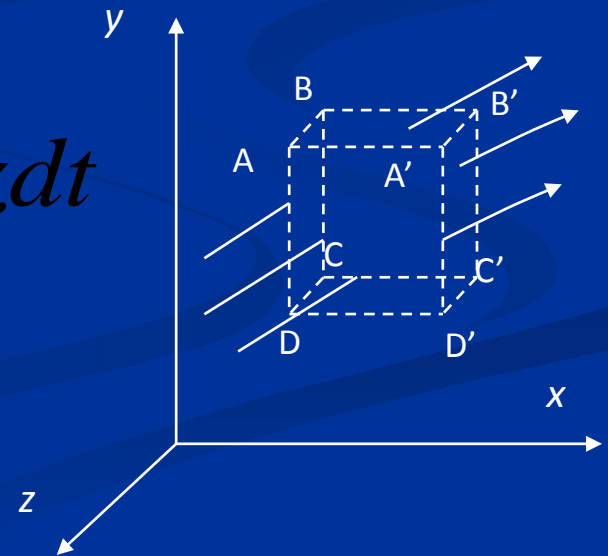


图2-10 流场中的六面控制体

1. 选取一个形状为六面体的微元做为**控制体**

2. 假设六面体中心点坐标为 (x, y, z) 。在 t 时，过中心点流体微团的三个分速是 u, v, w ，密度是 ρ 。在 t 瞬时，过该点处通过垂直于 x 轴单位面积的流体流量为 ρu （又称为**密度流**），如果把这个量看作为空间和时间的函数，则根据泰勒级数展开，在 dt 时段内，从 $ABCD$ 面**进入**的流体质量为：

$$m_1 = \left(\rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dy dz dt$$



3. 在dt时段内，从A' B' C' D' 面流出的流体质量为

$$m_2 = \left(\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dydzdt$$

4. 在dt时段内，由x面储存在在微分六面体的流体质量为
(净流入量)

$$\begin{aligned} \Delta m_x &= m_1 - m_2 \\ &= \left(\rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dydzdt - \left(\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dydzdt \\ &= -\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx dy dz dt \end{aligned}$$

5. 同理可得，在dt时段内，由y,z面储存在微分六面体的流体质量为

$$\Delta m_y = -\frac{\partial(\rho v)}{\partial y} dx dy dz dt \quad \Delta m_z = -\frac{\partial(\rho w)}{\partial z} dx dy dz dt$$

6. 由此可得，在dt时段内由所有侧面流入到微分六面体的净流体总质量为

$$\begin{aligned} \Delta m &= \Delta m_x + \Delta m_y + \Delta m_z \\ &= -\left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right] dx dy dz dt \end{aligned}$$

7. 由于 ρ 是空间位置和时间的函数，在 dt 时段内，由于密度变化引起微分六面体质量的增加量为

$$\Delta m_t = \left[\rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} dt \right] dx dy dz - \rho dx dy dz = \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz dt$$

8. 根据质量守恒定律，在 dt 时段内从侧面净流入微分六面体的总质量应等于六面体内流体质量因密度随时间变化的引起增量。

$$\Delta m = \Delta m_t - \left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right] dx dy dz dt = \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz dt$$

两边同除以 $dx dy dz dt$, 整理:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{V} = 0$$

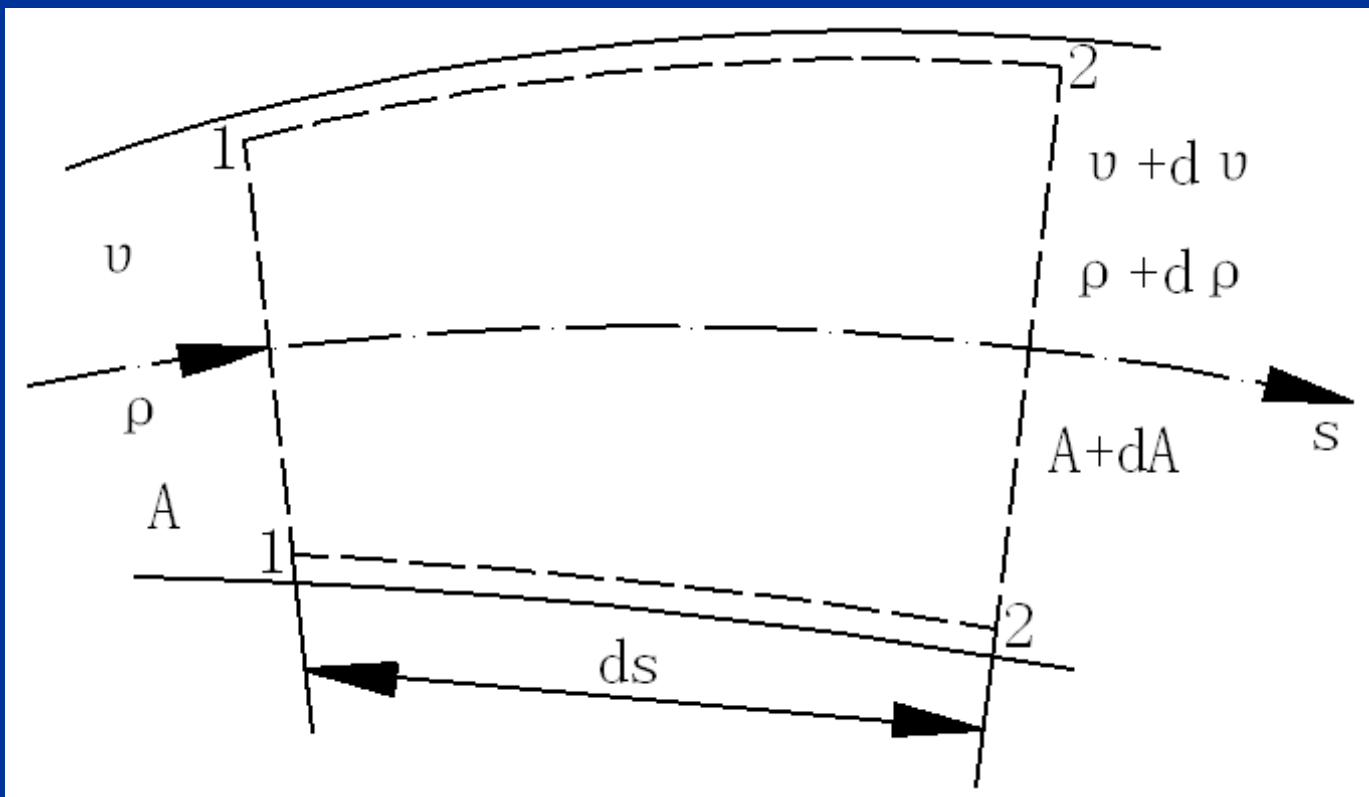
连续方程 $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0$ 的物理意义:

流体微元控制体密度的局部增长率 $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ 与微元控制体单位体积流出的质量流量 $\nabla \cdot (\rho \mathbf{V})$ 之和等于零。

2. 积分形式的连续方程

$$\rho VA = \text{常数}$$

物理意义：在一维定常流中，通过同一流管任意截面上的气流质量流量保持不变。



流管控制体

二、动量方程

1. 积分形式的动量方程

$$\sum \vec{F} = q_{m,2} \vec{V}_2 - q_{m,1} \vec{V}_1$$

物理意义：在定常流中，作用在控制体内流体的全部外力的合力等于单位时间流出和流入该控制体在该方向的动量之差。

应用中常写成：

$$\sum F_x = q_{m,2} V_{x,2} - q_{m,1} V_{x,1}$$

$$\sum F_y = q_{m,2} V_{y,2} - q_{m,1} V_{y,1}$$

$$\sum F_z = q_{m,2} V_{z,2} - q_{m,1} V_{z,1}$$

在瞬时 t 取一维定常管流内由虚线1122边界面所围成的空间的流体为体系。
经过 dt 时间后，此体系运动到新位置1'1'2'2'处，

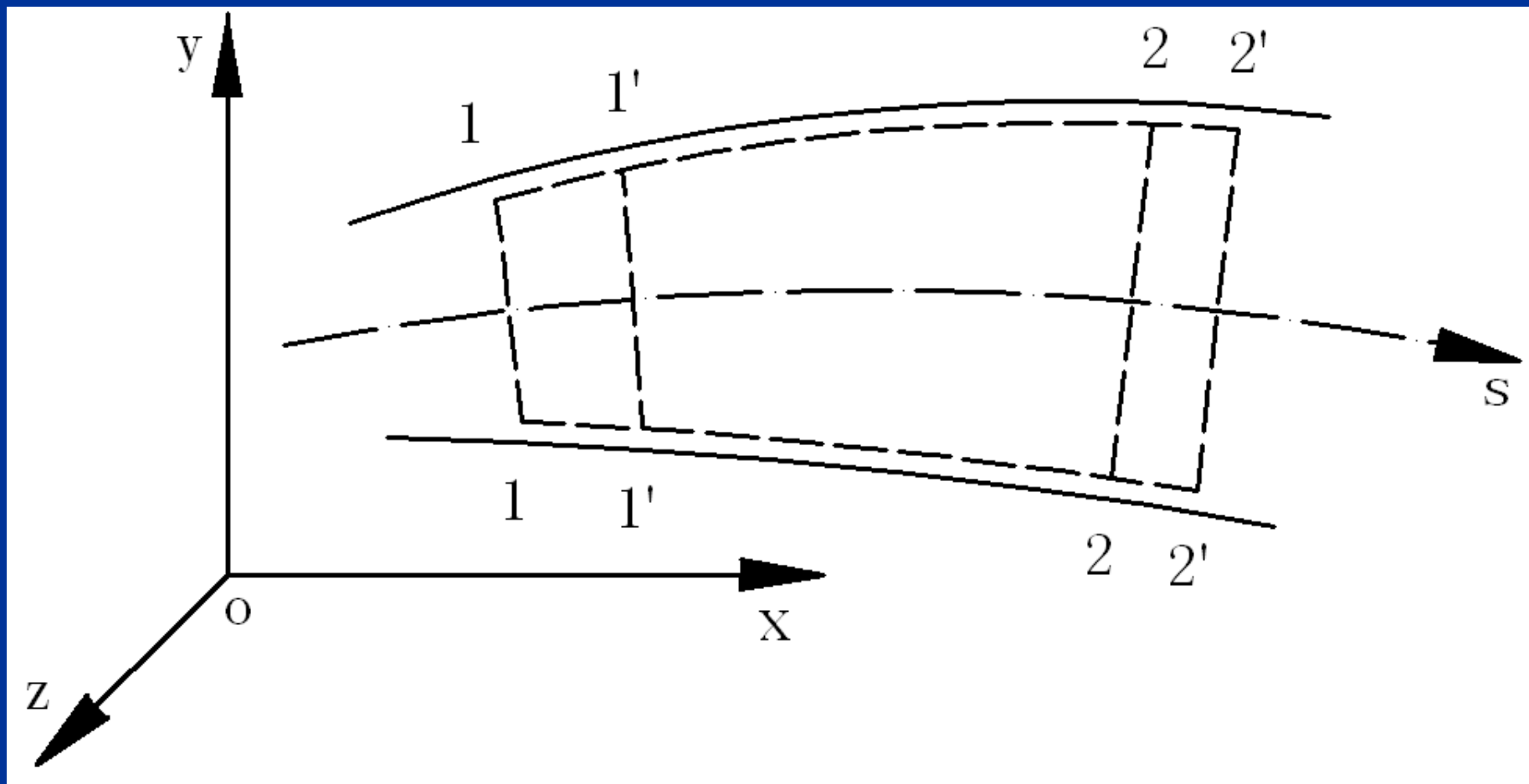


图2-12 定常管流体系

2. 微分形式的动量方程

$$\sum F_s = q_m dV$$

如果是考虑无粘性流体, $dF_f = 0$

$$dP + \rho g dy + \rho V dV = 0$$

上式即为无粘性气流的一维定常流动的运动微分方程式, 通常称为一维流动的欧拉运动微分方程式。

沿 s 向上取截面1-1和截面2-2间距离为无限小量 ds 的空间为控制体。轴线 s 为直线。在截面1-1上，面积为 A ，各流动参数为 V, p, ρ, \dots ；在截面2-2上，面积为 $A+dA$ ，各流动参数为：

$V+dV, p+dp, \rho+d\rho$

.....。

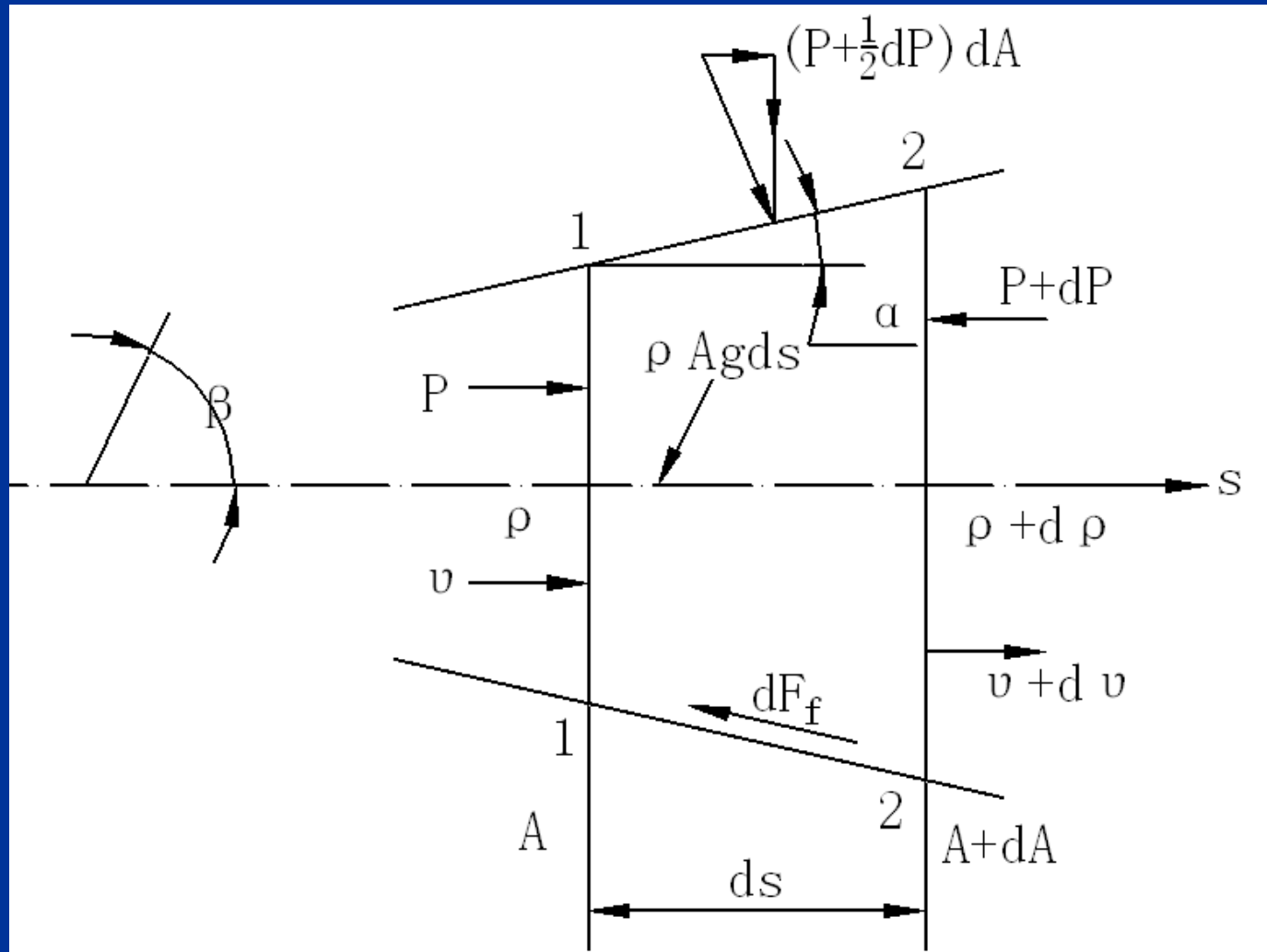


图2-13 一维无限小量控制体

三、伯努利方程

伯努利方程可简写成：

$$P + \frac{1}{2} \rho V^2 = C$$

式中的常数 C 的用法是不一样的，如果是无旋流，那么全流场只有一个常数 C ，如果是有旋流，那就只能在一条流线上用一个 C 值，流线如果改变， C 值也得变。

第四节 粘性流基础

一、层流和紊流

流体运动呈一层一层流动状态，称为**层流流动**。

水微团向前流动时除了沿管轴线方向的流动，还有了完全不规则的横向运动，结果把各层的流体搅混了。这种流体运动称为**湍流流动**。

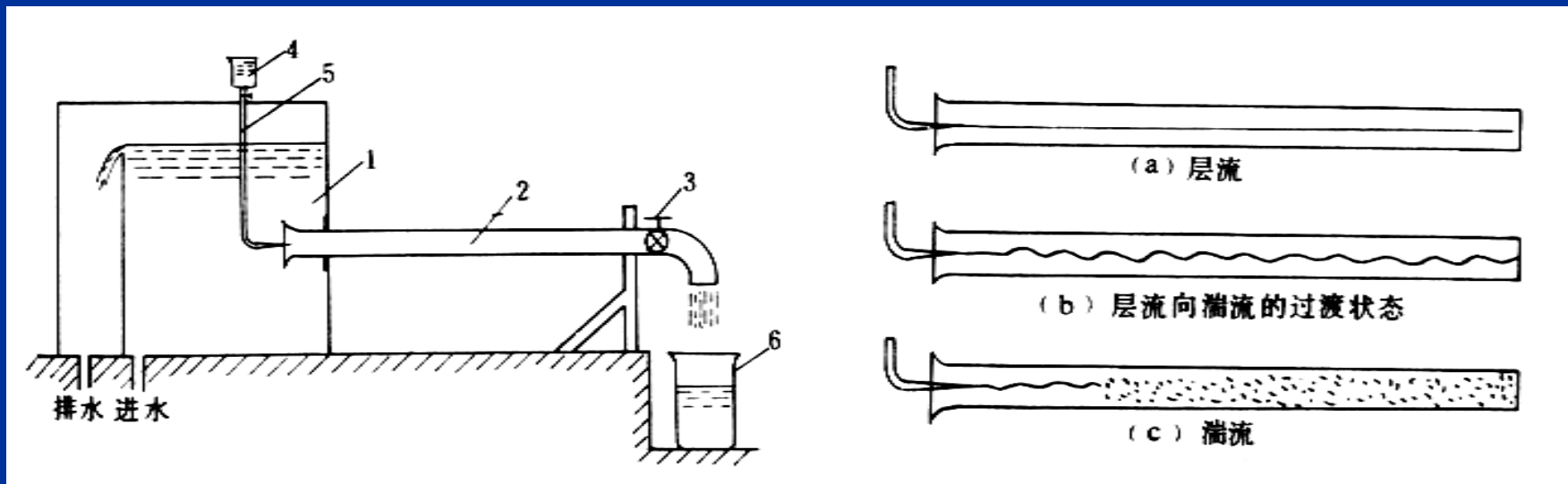


图2-15 雷诺实验

1-水箱; 2-玻璃管; 3-阀门; 4-颜色水瓶; 5-细管; 6-量筒

紊流是一种杂乱无章、互相混掺，不规则的随机运动。（紊流中流体质点的运动轨迹）

比较公认的观点：紊流是一种由大小不等、频率不同的旋涡结构组成，使其物理量对时间和空间的变化均表现出不规则的随机性。

近年的认识：紊流中即包含着有序的大尺度旋涡结构，也包含着无序的、随机的小尺度旋涡结构。紊流物理量的随机脉动就是由这些大小不同尺度涡共同作用的结果。

粘性流体微团的受力

粘性力: 阻止流体微团发生相对运动

惯性力: 相反

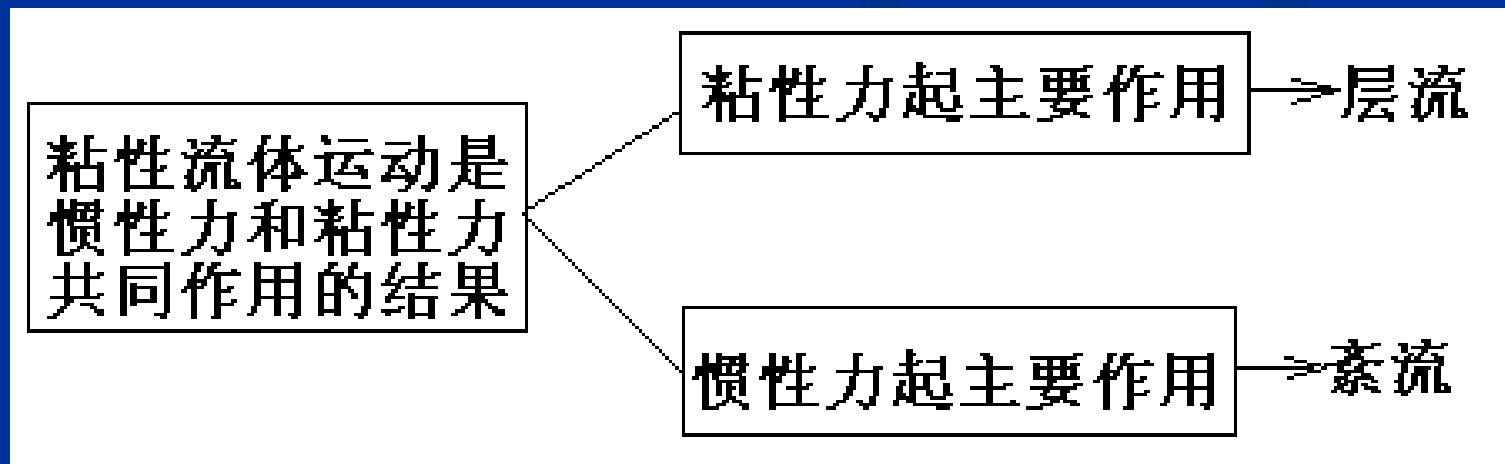
粘性流体流动中, 流动的行为决定于这两种力作用的结果。

两种受力极端的情况:

粘性力的作用远大于惯性力的作用

惯性力的作用远大于粘性力的作用

两种情况下流体微团的运动特征是截然不同的。



二、雷诺数

$$Re = \frac{\bar{v}l}{\nu}$$

雷诺用不同直径的玻璃管进行实验，结果表明，雷诺数 Re 较小时，流体作层流运动；雷诺数较大时，流体作湍流运动。我们把层流变为湍流的临界雷诺数用 Re_L 表示，称**上临界雷诺数**；由湍流变为层流的临界雷诺数用 Re_L' 表示，称**下临界雷诺数**，且 $Re_L > Re_L'$ 。

因而用雷诺数来判断流动状态时，有三种情况：

- 1) 当 $Re < Re_L'$ 时，流动为层流状态；
- 2) 当 $Re > Re_L$ 时，流动为湍流状态；
- 3) 当 $Re_L' < Re < Re_L$ ，流动为不稳定状态，既可能是层流也可能是湍流，任何扰动都能使之破坏。

Re数的物理意义：惯性力与粘性力的比值

1 惯性力的作用是促使质点失稳，扰动放大；

2 粘性力的作用是对质点起约束作用的，是遏制扰动的。

Re数大表示质点惯性力大于粘性力，流动失去稳定，流动为紊流；

Re数小表示质点粘性力大于惯性力，流动稳定，层次分明，层流。

三、附面层

1. 附面层概念

附面层又名边界层，其概念是普朗特（Prandtl.L）在1904年提出来的。即：实际流体绕过物体流动时，由于流体粘性的影响在物体表面附近形成沿面的法线方向速度变化很快的薄层，这种薄层称为**附面层**。

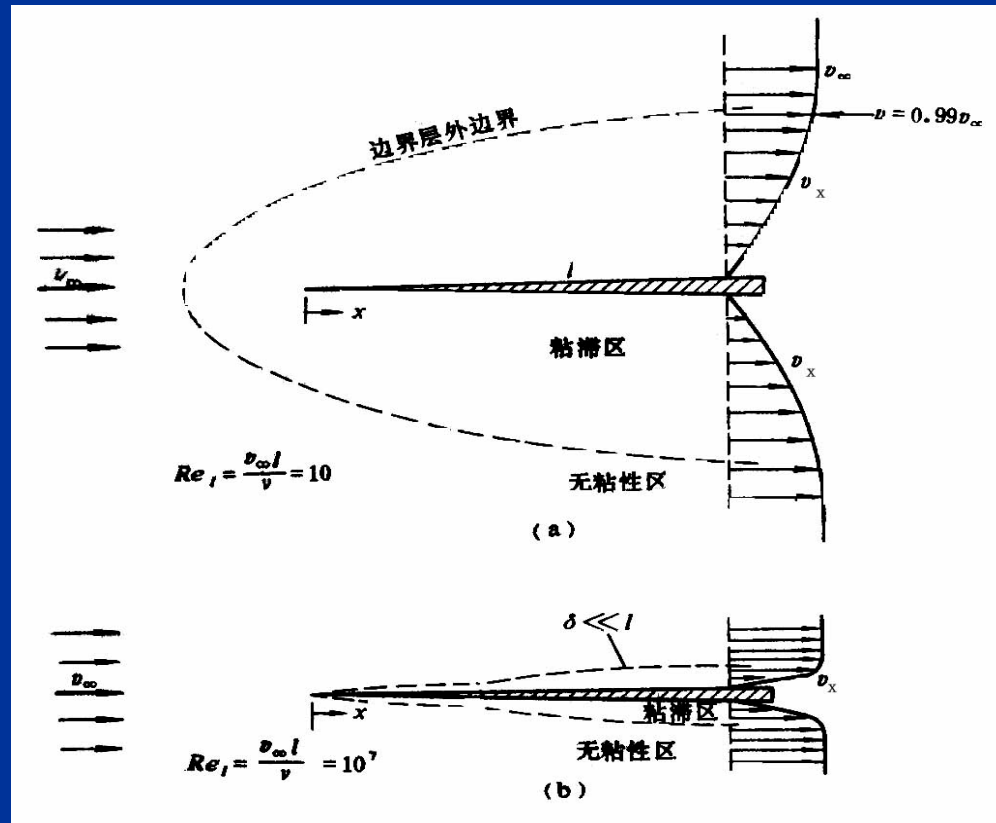


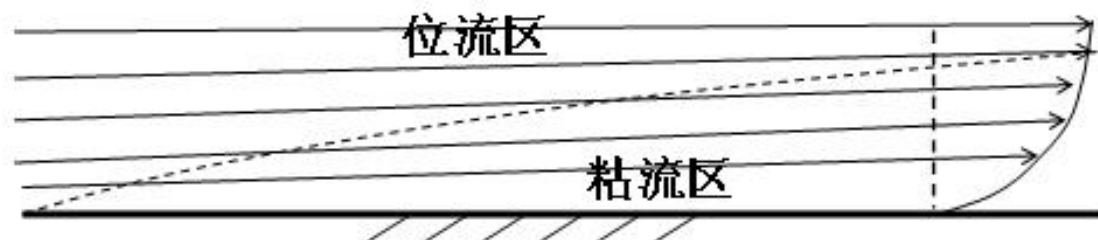
图2-17 平板表面附面层

边界层内粘性力
与惯性力同量级

- 理想流体力学在早期较成功地解决了与粘性关系不大的一系列流动问题（升力、波动等），但对阻力、扩散等涉及到粘性的问题则与实际相差甚远，如达朗伯疑题（*D'Alembert*，法力学家，1717-1783）
- 如何考虑流体的粘性，怎样解决扰流物体的阻力问题，这在当时确实是一个阻碍流体力学发展的难题
- 1904年普朗特（*L.Prandtl*，德力学家，1875-1953）通过大量实验发现：虽然整体流动的 Re 数很大，但在靠近物面的薄层流体内，流场的特征与理想流动相差甚远，沿着法向存在很大的速度梯度，粘性力无法忽略。这一物面近区粘性力起重要作用的薄层称为边界层（*Boundary layer*）。

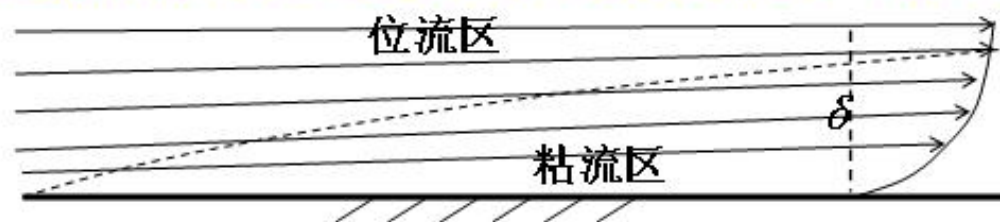
对整个流场提出的基本分区是：

- (1) 在远离物体的理想流体流动区域可忽略粘性的影响，流动无旋可按**位势流**理论处理（位流区）。
- (2) 在靠近物面的薄层内粘性力的作用不能忽略（粘流区），该薄层称为边界层。**边界层内粘性力与惯性力同量级**，流体质点作**有旋**运动。



边界层厚度定义

边界层区与主流区之间无严格明显的界线，通常以速度达到主流区速度的 $0.99U$ 作为边界层的外缘。由边界层外缘到物面的垂直距离称为边界层名义厚度，用 δ 表示。



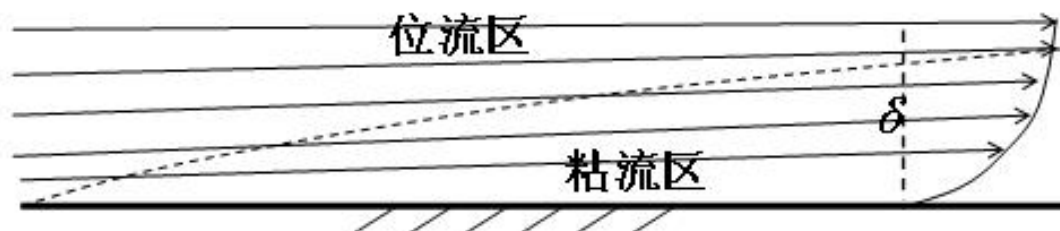
(2) 边界层的有涡性

粘性流体运动总伴随涡量的产生、扩散、衰减。边界层就是涡层，当流体绕过物面时，无滑移边界条件使物面成为具有一定强度的连续分布的涡源。以二维流动为例，物面上产生的涡量为：

$$\Omega_z = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

边界层厚度的量级估计

根据边界层内粘性力与惯性力同量级的条件，可估算边界层的厚度量级。以平板绕流为例说明。设来流的速度为 U ，在 x 方向的长度为 L ，边界层厚度为 δ 。



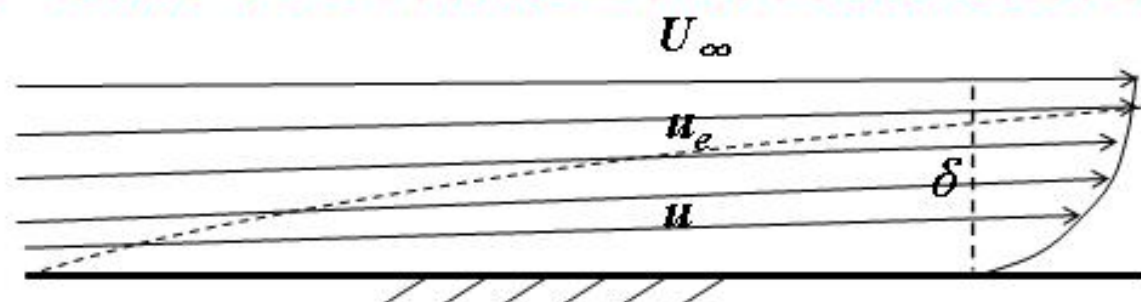
由边界层内惯性力与粘性力同量级得到

$$\frac{\delta}{L} \sim \frac{1}{\sqrt{\text{Re}}}$$

由此可见在高 Re 数下，边界层的厚度远小于被绕流物体的特征长度。

说明

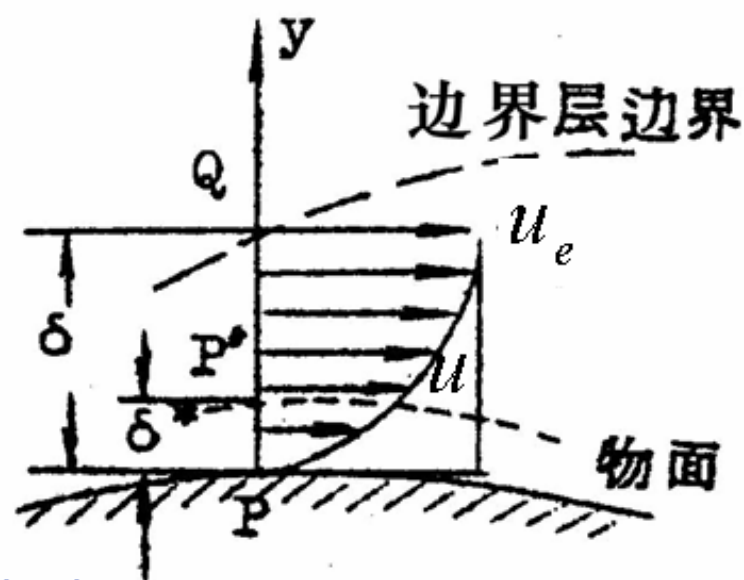
实际流动中边界层流动与理想流动渐近过渡，边界层外边界线实际上不存在，因此边界层的外边界线不是流线，允许流体穿过边界层边界线流动。相对于物面而言流线向外偏，相对于边界层边界而言流线向内偏。



2 边界层位移厚度

假设某点P处的边界层厚度是 δ ，
实际流体通过的质量流量为：

$$\int_0^{\delta} \rho u \cdot dy$$



此处 u 是边界层中距物面为 y 处的流速。

而在 δ 的范围内，以外流的理想速度 u_e 流动的理想流量是：

$$\rho_e u_e \cdot \delta = \int_0^{\delta} \rho_e u_e \cdot dy \quad \text{其中, } u_e \text{ 为边界层外缘速度。}$$

上述两部份流量之差是：
$$\int_0^{\delta} (\rho_e u_e - \rho u) dy$$

这是设想各点均以外流速度流动时比实际流量多出来的值，这些多出来的流量必然要在主流中占据一定厚度 δ_1 ，其流量写为 $\rho_e u_e \delta_1$ ，从而

$$\rho_e u_e \delta_1 = \int_0^{\delta} (\rho_e u_e - \rho u) dy$$

$$\delta_1 = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \right) dy$$

这部分主流区增加的流体厚度是由边界层流体排挤入主流区造成的，称为**排移厚度或位移厚度**，作理想流场模型的外形修正时，应该加上这一位移厚度。

3. 附面层内的流态

附面层内同样存在两种流态，即附面层可分为层流附面层和湍流附面层。

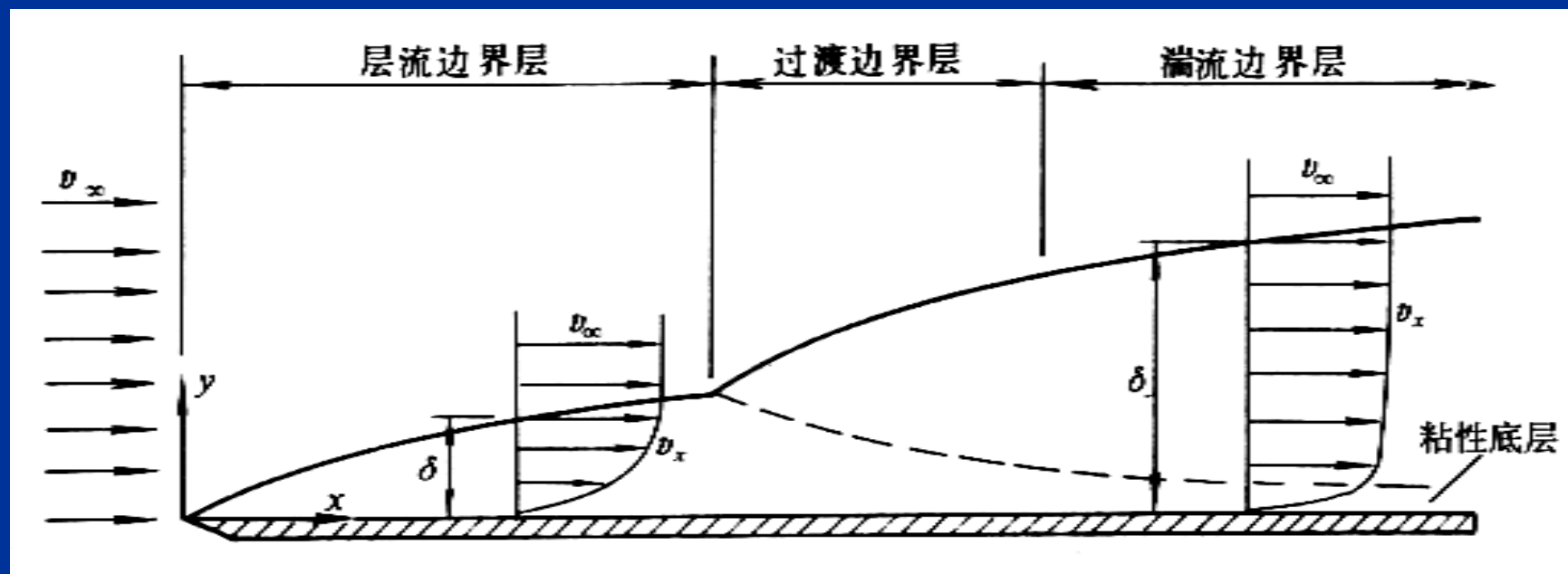


图2-18 附面层内的不同流态

由层流转变为湍流的起点A称为**转捩点**

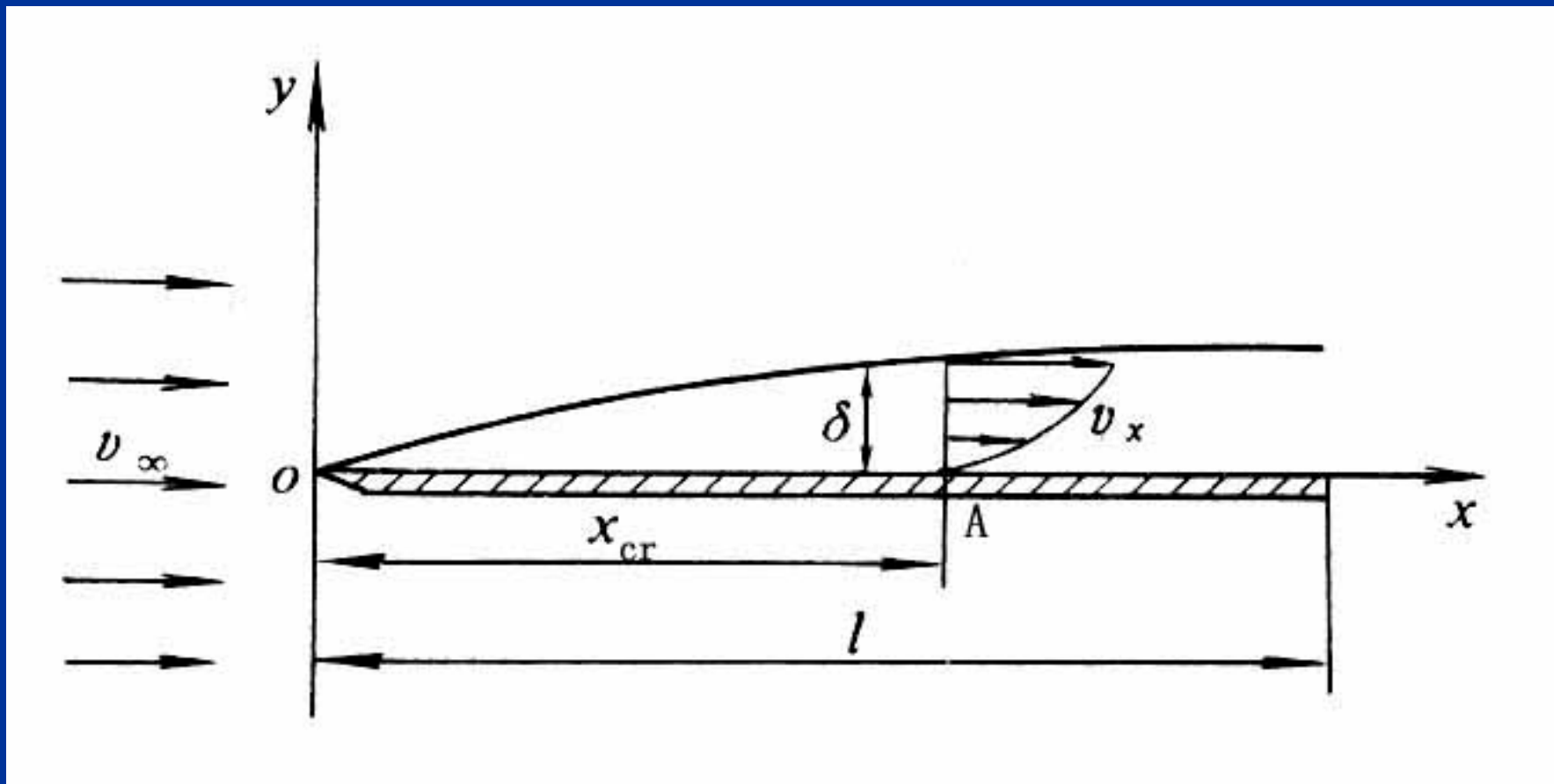


图2-19 附面层的转换

第五节 阻力理论

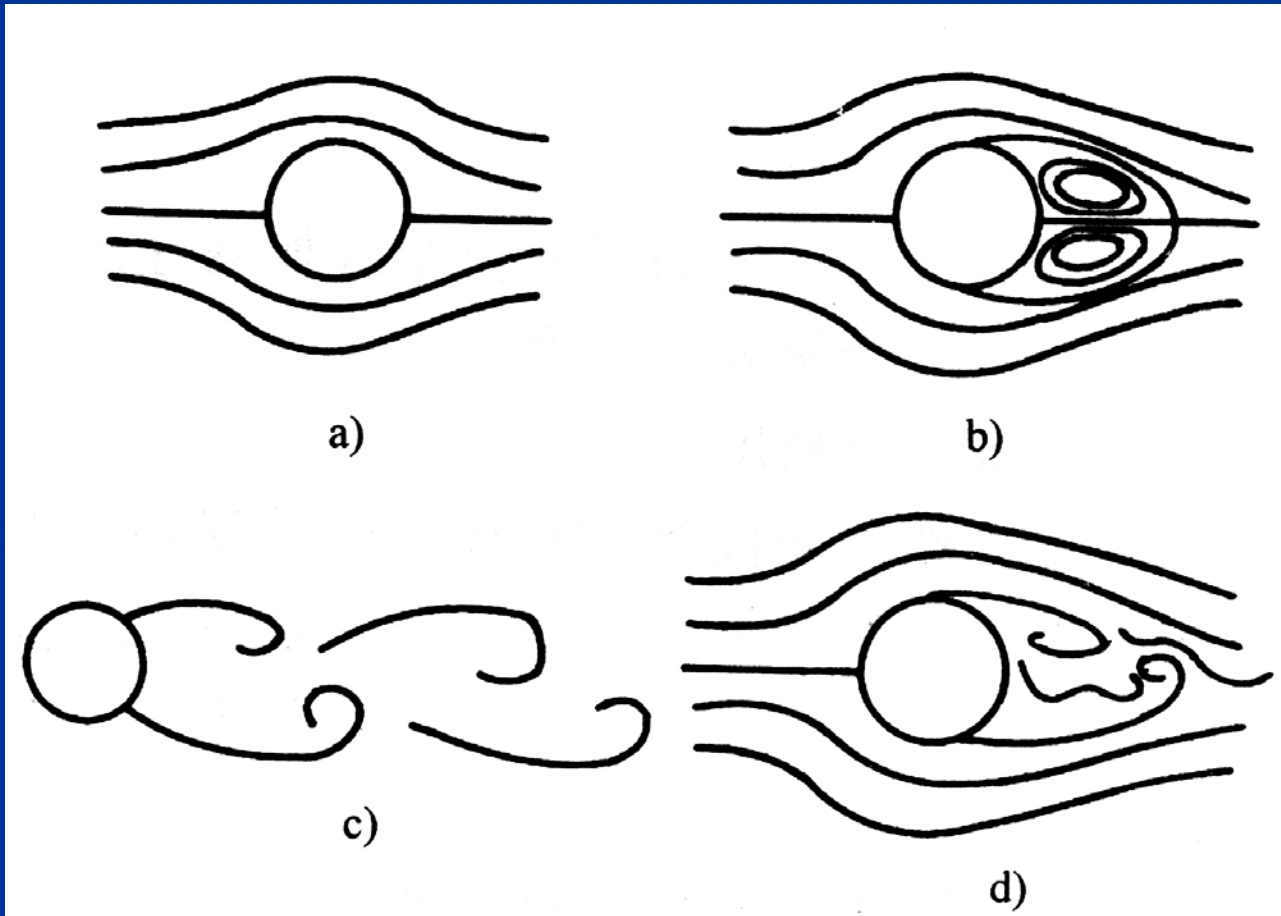
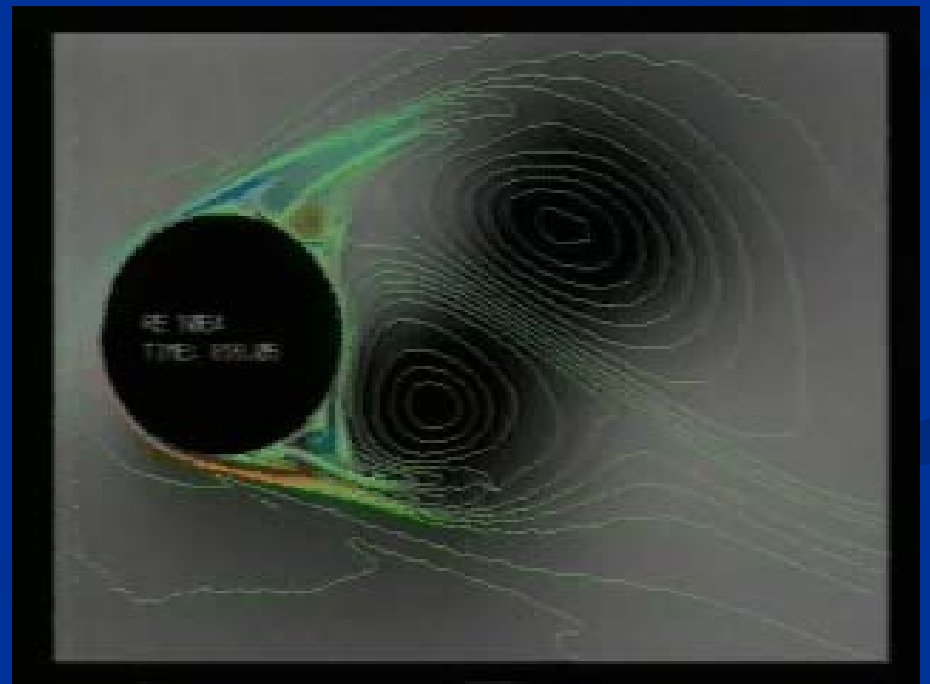
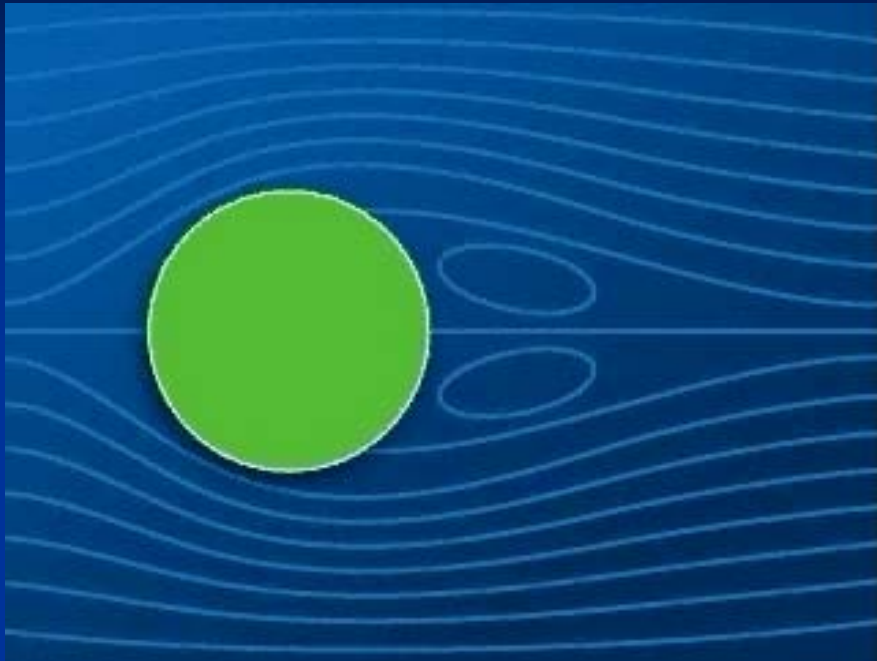
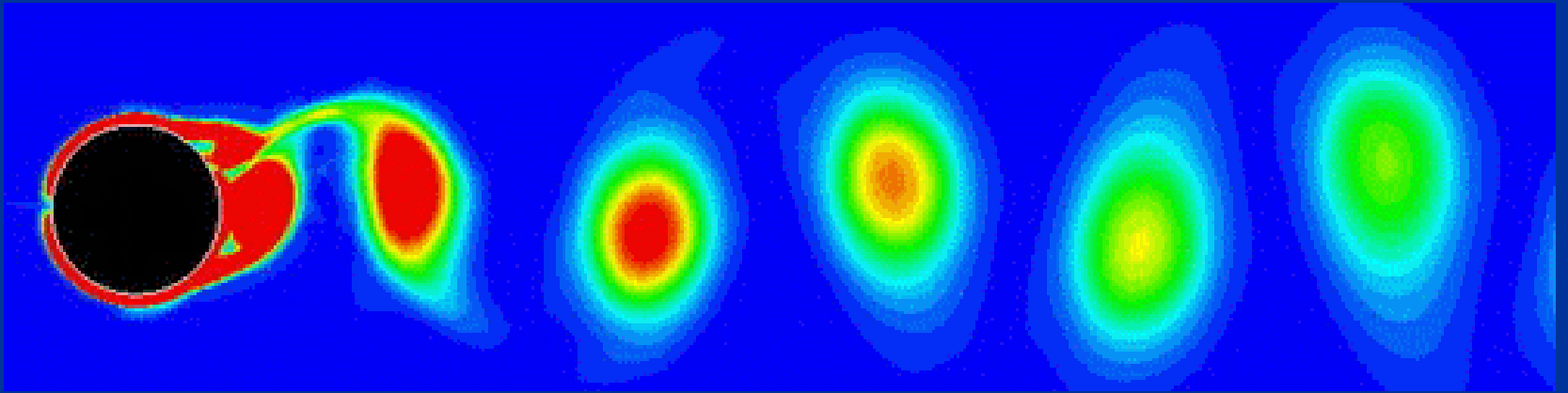


图2-20 置于定常的不可压缩的理想流中圆柱的流谱
a) $Re \ll 1$ b) $Re \approx 10$ c) $Re \approx 100$ d) $Re \gg 1000$



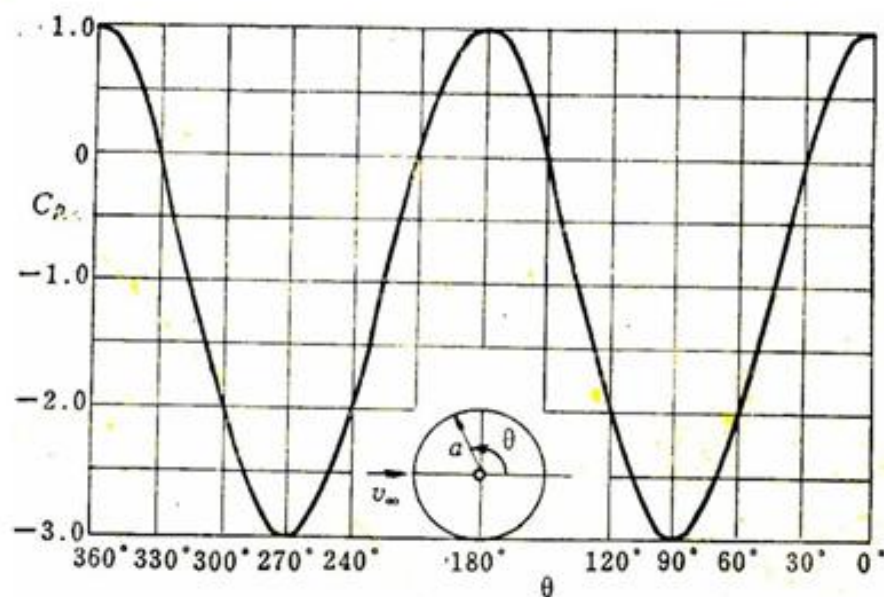
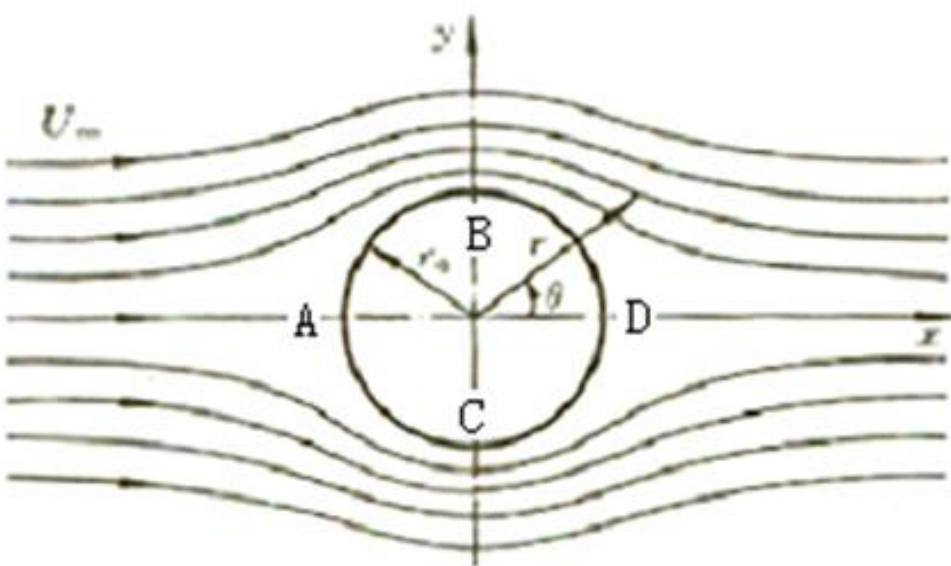


Re=100时的卡门涡

圆柱绕流

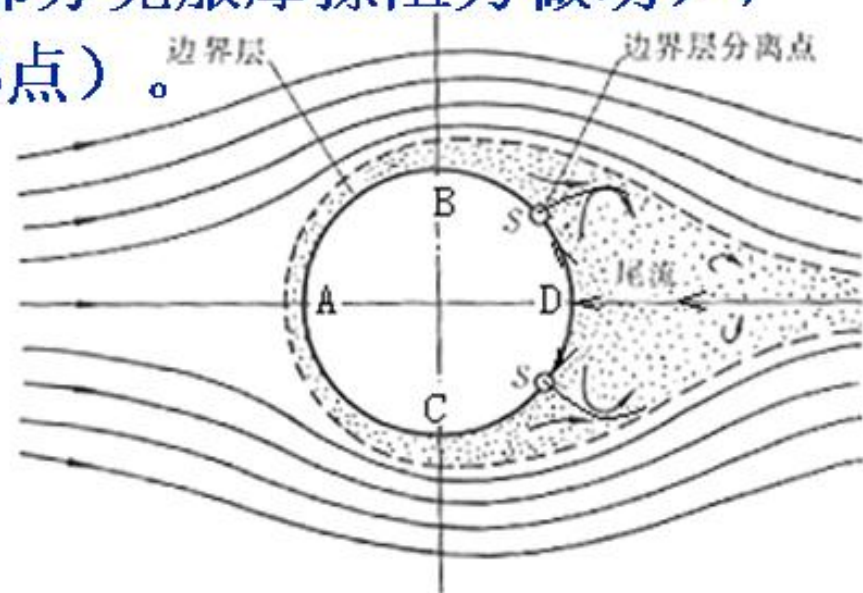
理想流体绕流圆柱时的流动特点：

在流体质点绕过圆柱的过程中，只有动能、压能的相互转换，而无机械能的损失。在圆柱面上压强分布对称，无阻力存在。（达朗贝尔疑题）

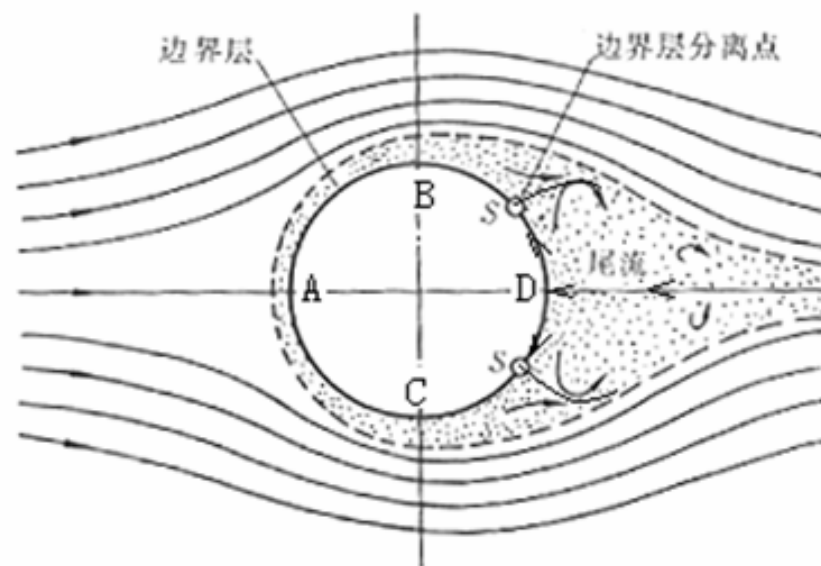


粘性流体绕圆柱时的绕流特点：

- 物面近区由于粘性将产生**边界层**，由A点到B点的流程中将消耗部分动能用于克服摩擦阻力做功，机械能损失。
- 丧失部分机械能的边界层流动无法满足由B点到D点压力升高的要求，在BD流程内流经一段距离就会将全部动能消耗殆尽（一部分转化为压能，一部分克服摩擦阻力做功），于是在壁面某点速度变为零（S点）。
- 流体将从这里离开物面进入主流场中，这种现象称为**边界层分离**，S点称为分离点。分离点下游流体发生倒流，形成了旋涡区。



- 旋涡区的出现，使得圆柱壁面压强分布发生了变化，前后不对称（如前驻点的压强要明显大于后驻点的压强），因此出现了压差阻力。



- 对绕圆球的粘性流动不仅存在**摩擦阻力**，还存在**压差阻力**，压差阻力是由于边界层分离后压强不平衡造成的，但本质上仍然是由于粘性造成的。

粘性对流动的影响小结：

- (1) 粘性摩擦切应力及其与物面的粘附条件（无滑移条件）是粘性流体运动有别与理想流体运动的主要标志。
- (2) 粘性是产生摩擦阻力的根本原因，粘性边界层在一定条件（逆压梯度）下产生分离是形成压差阻力的根本原因。
- (4) 对于研究阻力、边界层及其分离、旋涡的扩散等问题时，粘性起主导作用不能忽略。

通过对实验的分析，可得出如下**结论**：

- (1)** 低速时，物体的阻力与流速成正比，亦即斯托克斯(Stokes)法则成立；高速时，物体的阻力与流速的二次方成正比，亦即那维尔(Navier)法则成立；
- (2)** 低速时，圆柱体和流线体所受的阻力相等；高速时，圆柱体的阻力明显大于流线体所受的阻力；
- (3)** 物体所受的阻力几乎不随时间变化。