

第四讲 系统预测

邓乾旺教授、博导

湖南大学机械与汽车工程学院

Email: deng_arbeit@163.com Tel: 13687361286

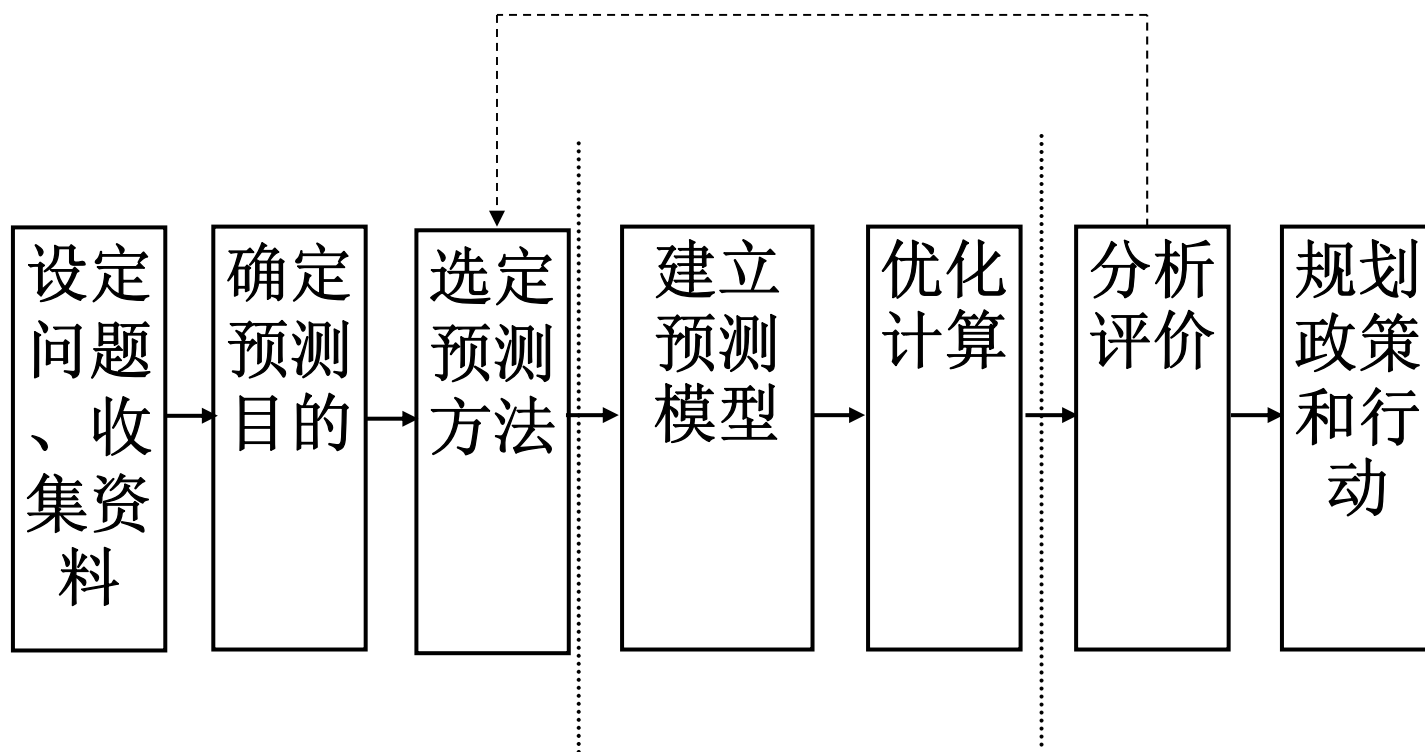
系统预测是以系统为研究对象，根据以往旧系统或类似系统的历史统计资料，运用某些科学的方法和逻辑推理，对系统中某些不确定因素或系统今后发展趋势进行推测和预计。

预测技术的**分类**：

一、定性方法

二、定量方法

预测程序



一、定性预测方法

定性预测技术是以预测者的经验为基础，判断发展趋势、探讨发展变化规律的方法。它适用于缺乏数据的情况下对系统的预测。

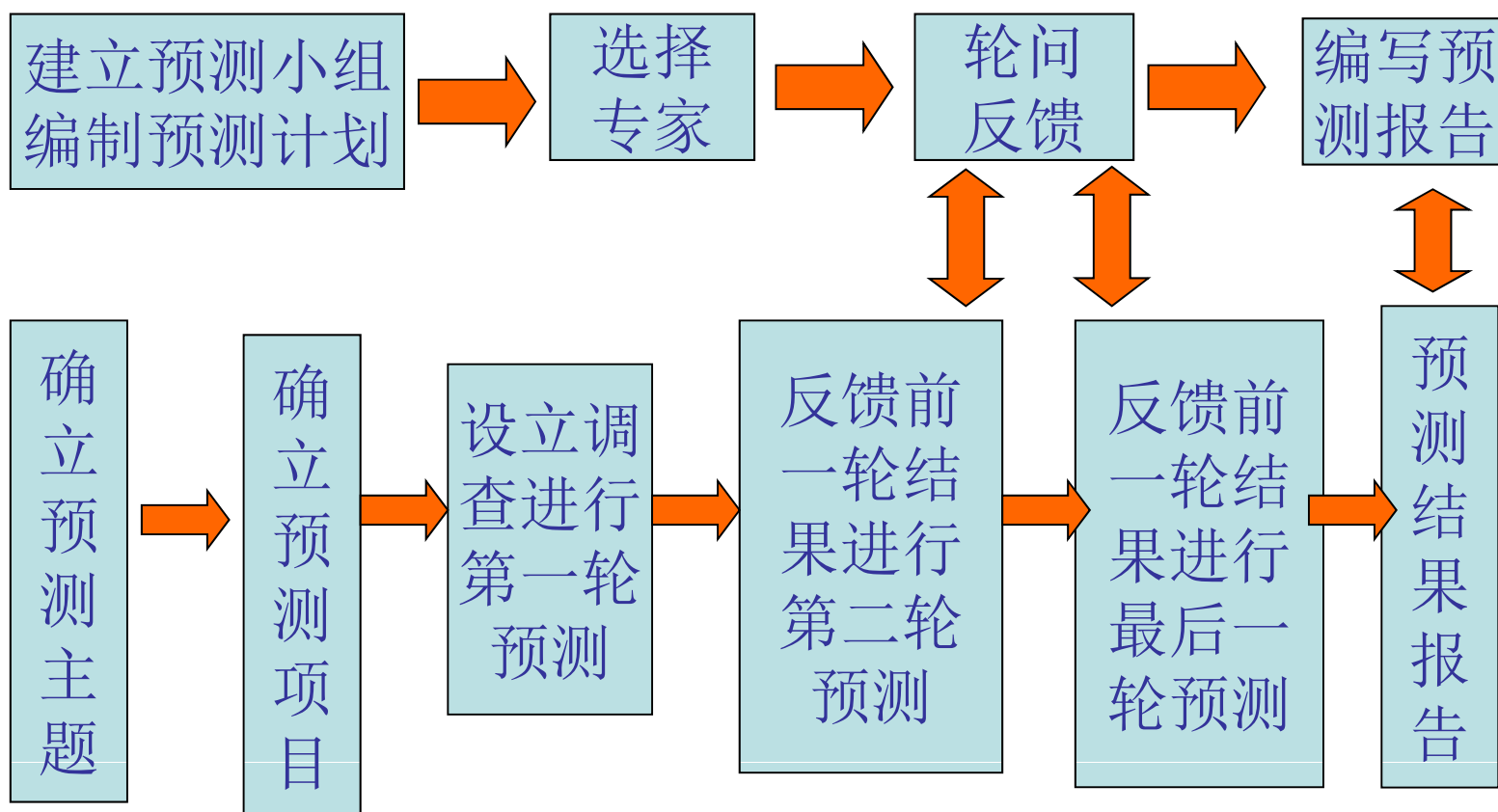
- 1、集思广义法
- 2、Delphi专家调查法
- 3、市场调查预测法
- 4、主观概率法
- 5、交叉概率法

Delphi 法

通过函询调查的形式，反复背靠背地征求专家的意见，并对每次调查的结果进行汇总，再发给专家，直到得出满意的结果为止。

- 1、明确预测目标，选择专家，发放调查提纲。
- 2、收集整理专家们的意见。
- 3、将意见反馈给专家，进一步征求专家意见。
- 4、再次收集整理专家们的意见。如此若干次循环，直到得出满意的结果为止。

德尔菲法的预测程序



德尔菲法数据的处理

一般认为，专家意见的分布符合或接近正态分布，这是统计数据处理的重要理论依据。应答者的征询表回答反馈后，需要对回答进行统计综合，才能有效地进行下一轮的问答。常用的方法有中位值法，权重法。

(1) 中位值法。这是对于 n 名专家的回答结果按
 $Y_1 \leq Y_2 \leq \dots \leq Y_{n-1} \leq Y_n$ ($i=1, 2, \dots, n$)
排序，则 $\frac{n}{2}$ 所对应的值 $Y_{\frac{n}{2}}$ 就是中位值， $Y_{\frac{n}{4}}$ 和 $Y_{\frac{3n}{4}}$
分别叫上四分位值和下四分位值。

例2： 12名专家参加某一投资项目产品价格的德尔菲预测，12名专家按顺序编号为*i*，回答某产品市场能接受的价格为 Y_i (元)，按从小到大排序为：

Y_i	10	12	14	14	17	18	18	19	20	24	25	26
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

则： 中位值 $Y_{\frac{n}{2}} = Y_{\frac{12}{2}} = Y_6 = 18$ (元)
上四分位值 $Y_{\frac{n}{4}} = Y_{\frac{12}{4}} = Y_3 = 14$ (元)
下四分位值 $Y_{\frac{3n}{4}} = Y_{\frac{3 \times 12}{4}} = Y_9 = 20$ (元)

在上、下四分位之间叫四分位区间，它包含了50%的应答者的回答。四分位区间越小，反映专家们的判断越集中，反之就越分散，在下轮征询中，就只需将四分位区间的值反馈给专家，而那些远离四分位的值就被淘汰，如此反馈几次就得到比较集中的结果。

市场调查预测法

通过市场调查进行系统中相关因素的分析 and 预测。

- 1、典型调查推算法
- 2、抽样调查推算法
- 3、全面市场调查法

主观概率法

专家对某一事件的发生作出概率性的估计。每位专家对某一事件发生的程度作出的概率估计称为**主观概率**，也叫**个人概率**。

主观概率法就是以若干专家的主观概率的平均值作为某事件发生的概率估计，用公式可表示为

$$\hat{P} = \sum P_i / n$$

交叉概率法

例 经简化，影响美国能源政策因素有：E1为用煤炭代替石油，其概率P1=0.8；E2为降低石油价格，概率为P2=0.4；E3为控制空气、水源的质量标准，概率为P3=0.3。

事件	概率	对其它事件的影响		
		E1	E2	E3
E1	0.8	-	↑	↑
E2	0.4	↓	-	-
E3	0.3	↓	↓	-

求出各因素相互影响程度数值，用以修正发生概率，做出预测。 $P_j' = P_j + KS(P_j - 1)$. S表示影响程度.

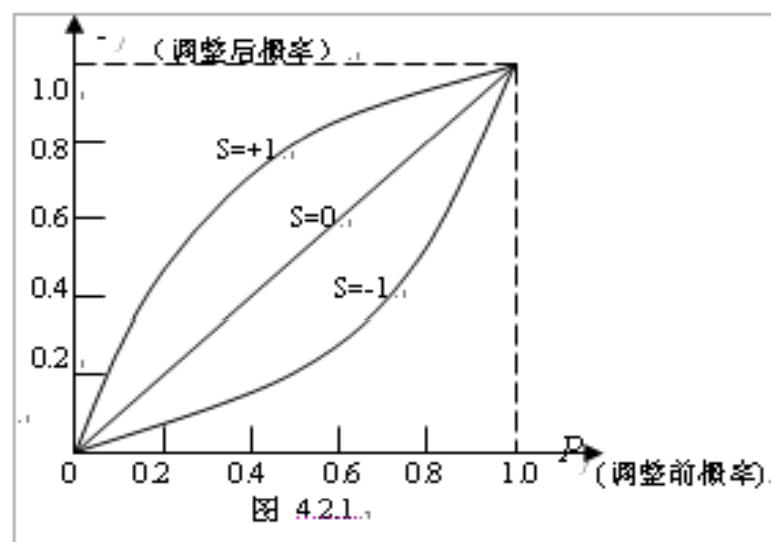
根据上表列出的矩阵，可求出其中各因素相互影响程度数值，用以修正发生概率，作出预测。

E_i 事件发生后，其余事件 E_j 发生的概率可按式调整：

$$P'_j = P_j + KS(1 - P_j) \quad (6.2.1)$$

其中： P_j —— E_i 事件发生前， t 时间 E_j 事件发生的概率；

P'_j —— E_i 事件发生后， t 时间 E_j 发生的概率；



K ——说明 E_i 发生对 E_j 的影响方向。若 E_i 对 E_j 的影响为正，则取 $K=1$ ，若 E_i 对 E_j 影响为负则取 $K=-1$ ；若无影响取 $K=0$ ；

S ——表明 E_i 发生对 E_j 的影响程度， $0 < S < 1$ ，随影响程度由小到大， S 取值由 0

到 1 逐渐加大。

事件 E_i 发生后， E_j 发生概率的调整如图 6.2.1 所示：

事件 E_i 发生后对其余事件 E_j 的影响程度一般可用专家会议或专家调查法加以确定。

二、定量预测方法

- 1、简单算术平均法
- 2、回归分析法（因果关系预测）
- 3、平滑预测法（时间序列预测）

1、简单算术平均法

$$\bar{x} = \bar{X} = (\sum x_i) / n$$

2、回归分析法

是通过处理已知数据，以寻求这些数据演变规律的一种数理统计方法。

(1) 一元线性回归法

1)一元线性回归模型

设 n 对观测值 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 要建立一个直线方程 $\hat{y}_i = a + bx_i$

2)回归效果分析

- 相关系数验证
- 确定置信区间

一元线性回归原理

如果已知:

- 1) x 和 y 之间存在某种线性关系, $y = a + bx + \varepsilon$ (称为一元线性回归模型), 其中 a, b 是待定常数(称为回归系数), ε 是随机变量
- 2) 已经得到了 x 和 y 的若干数据对 x_i 与 $y_i, i = 1, 2, \dots, n$, 这些点 (x_i, y_i) 称为样本点

求解:

一元线性回归模型, 即用上述已知条件求解回归模型的回归系数 a 和 b 的值。

解：

将样本点 $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$ 代入回归模型

$$y_i = a + bx_i + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (6-2)$$

则理论上可以通过(6-2)的 n 个方程求取(或称为估计) a 和 b 的值。设 $\hat{a}$ 和 $\hat{b}$ 是回归系数 a 和 b 的一对估计值, 用此估计值计算在自变量 x_i 处的因变量, 得到

$$\hat{y}_i = \hat{a} + \hat{b}x_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (6-3)$$

则 $\hat{y}_i$ 是 y_i 在 x_i 处以 $\hat{a}$ 和 $\hat{b}$ 作为回归系数的估计值。显然 $\hat{y}_i$ 与 y_i 之间存在误差, 根据“参数 $\hat{a}$ 和 $\hat{b}$ 的估计目标是使误差 ε_i 的平方和最小”的最小二乘原理, 在 a 和 b 中选择一对 $\hat{a}$ 和 $\hat{b}$, 使得

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{a} - \hat{b}x_i)^2 = \min_{a,b} \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2 \quad (6-4)$$

称参数 $\hat{a}$ 和 $\hat{b}$ 分别为 a 和 b 的最小二乘估计, 而

$$y = \hat{a} + \hat{b}x \quad (6-5)$$

称为一元回归方程。

为求取最小二乘估计 $\hat{a}$ 和 $\hat{b}$ ，对

$$Q = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2 \quad (6-6)$$

求一阶偏导数并令其为零，有

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} \quad (6-7)$$

$$\hat{b} = \frac{\bar{L}_{xy}}{\bar{L}_{xx}} \quad (6-8)$$

其中，

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \text{ 为 } x \text{ 关于 } n \text{ 个样本点的均值}$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \text{ 为 } y \text{ 关于 } n \text{ 个样本点的均值}$$

$$\bar{L}_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x} \cdot \bar{y} \quad (6-9)$$

$$\bar{L}_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 \quad (6-10)$$

利用式(6-7)和(6-8)可以确定回归方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$ ，所以当知道了 x 的值时，可以用(6-5)去预测 y 的值。

例 某地区1990-2000年粮食产量及其各项计算值如下图. 预测2001年该地的粮食产量.

年份	年次 x_i	产量 y_i	$X_i y_i$	X_i^2	Y_i^2	预测值	误差 $e = y_i - \hat{y}_i$	e^2
1990	0	277	0	0	76 729	289.44	-12.54	157.25
1991	1	309	1	1	95 481	295.96	13.04	170.04
1992	2	306	612	4	93636	302.38	3.62	13.10
1993	3	295	885	9	87025	308.80	-13.8	190.44
1994	4	332	1328	16	110224	315.22	16.78	281.57
1995	5	324						
1996	6	317						
1997	7	348						
1998	8	325						
1999	9	346						
2000	10	359						
合计	55	3538	18396	385	1143886			1405.3 1

(2) 二元线性回归法

$$Y = a + bx_1 + cx_2$$

例 某农场每亩稻田化肥用量 X_1 , 亩用工量 X_2 与亩产量 Y .

序号	X_{1i}	X_{2i}	Y_i	x_{1i}^2	x_{2i}^2	$X_{1i} X_{2i}$	$X_{1i} Y_i$	$X_{2i} Y_i$
1	61	19	826					
2	57	18	798					
3	65	20	898					
4	62	19	922					
5	69	21	978					
6	82	22	1020					
7	85	23	1106					
合计	481	142	6548	33749	2900	9871	45653 8	13395 2

(3) 非线性回归法

- 多项式曲线回归模型
- 双曲线模型
- 幂函数模型
- 指数函数模型
- 对数函数模型
- 逻辑斯蒂函数模型

3、平滑预测法

平滑预测法用于时间序列数据，分析事件的发展方向和趋势。

移动平均预测法

- 一次移动平均
- 二次移动平均
- m 次移动平均

指数平滑预测法